F 1509/EL
R
48. 1986.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

1988 -03- 30

MŰSZAKI EGYETEM KÖNYVTÁR BUDAPEST 1848

SERIA ELECTRONICĂ

TOMUL XLVIII 1986

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL: Prof. dr. ing. *Voicu Tache*
MEMBRII: Prof. dr. ing. *Constantin Bălă*; Conf. dr. ing. *Cornel Berbente*; Prof. dr. docent *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei R. S. România; Prof. dr. ing. *Ioan Carabogdan*; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific); Prof. dr. docent *Virgil Constantinescu*; Prof. dr. docent *Felicia Cornea*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu*; Prof. dr. docent *Traian Demian* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. ing. *Octavian Floarea*; Prof. dr. ing. *Julieta Florea*; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald*; Prof. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan*; Prof. dr. ing. *Moise Ienciu*; Prof. dr. ing. *Vlad Ionescu*; Prof. dr. ing. *Adelaida Mateescu*; Prof. ing. *Jean Moncea*; Prof. dr. ing. *Nicolae Murguleț*; Prof. dr. docent *Florea Oprea*; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean*; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu*; Prof. dr. ing. *Ion Popescu*; Conf. dr. ing. *Mircea Radeș*; Conf. dr. ing. *Sorin Roșca*; Prof. dr. ing. *George Rulea*; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu*; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru*; Prof. dr. *Octavian Stănășilă*; Prof. dr. docent *Ion Teoreanu*; Prof. dr. docent *Andrei Țugulea*; Prof. dr. ing. *Silvia Vacu*; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*; Academician *Radu Voinea*.

Editor: Institutul Politehnic București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper through ROMPRESFILATELIA, Import export press, P.O. Box 12-201, Telex 10378, Calea Griviței 62—64, Bucharest, ROMANIA

Sumar

C. M. Bucur

Metodă de ortogonalizare pentru o problemă de corelare 3

Gabriela Cone, I. M. Popescu, Gh. A. Stanciu

Contribuţii la studiul nivelelor adînci de impurităţi dintr-un semiconductor prin determinarea ratelor de emisie optică 9

Ed. Nicolau

Teoria controlului pentru ecuaţia undelor în medii nemărginite (l. engleză) 19

G. Rulea

Ecuaţii vectoriale pentru ghiduri de undă anizotropice cu ferită (l. engleză) 23

V. M. Cătuneanu, Fl. Popenţiu .

Optimizarea fiabilităţii unui sistem complex prin swift şi slumt (l. engleză) 29

V. Croitoru C. Gîngu

Circuit integrat dedicat tastaturilor telefonice senzoriale 35

Rodica Strungaru, S. Paşca

Stimularea electrică a ţesuturilor 43

O. Iancu, L. Pascu

Analiza circuitelor de cale pentru metrou în regimurile normal şi de şunt (l. engleză) . . . 51

D. Stanomir

Filtre electrice de separare pentru difuzoare (l. engleză) 57

I. Constantin

Efectul distorsiunilor de la transmisia de date prin radiotelefon 63

Angelica Bacivarof

Model pentru analiza performanţelor de fiabilitate ale unui automat finit cu structura redondantă 73

A. Mihalache

Măsura Fisher a informaţiei şi utilizarea ei în fiabilitate şi controlul statistic al calităţii . 81

V. E. Neagoe

Reprezentare discretă optimă a semnalelor (l. engleză) 87

Summary

C. M. Bucur

Orthogonalization Method for a Correlation Problem 3

Gabriela Cone, I. M. Popescu, Gh. A. Stanciu

About Deep Level Impurity Centres in Semiconductor from Optical Emission Rates 9

Ed. Nicolau

Control Theory for Wave Equation in Unbounded Media 19

G. Rulea

Vectorial Equations for Electromagnetic Guided Waves in Pollarized Ferrite 23

V. M. Cătuneanu, Fl. Popenţiu

Optimal Reliability of a Complex System by Swift and Slumt 29

V. Croitoru, C. Gîngu

Integrated Circuit Dedicated to Touch Telephone Keyboards 35

Rodica Strungaru, S. Paşca

Tissue Electrical Stimulation 43

O. Iancu, L. Pascu

Investigation of Track Circuits under Normal and Shunt Conditions Meants for Underground Railways 51

D. Stanomir

Three-Way Loudspeaker Cross-Over Networks 57

I. Constantin

Distorsion Effect on Data Transmission by Radiotelephone 63

Angelica Bacivarof

A Model for Reliability Analysis of a Redundant Finite State Automation 73

A. Mihalache

Fisher's Measure of Information and Its Applications in Reliability and Quality Control . . 81

V. E. Neagoe

Optimum Discrete Representation of Signals 87

C.Z.: 517.518.3

METODĂ DE ORTOGONALIZARE PENTRU O PROBLEMĂ DE CORELARE

M. C. BUCUR*

Problemele practice conduc la sisteme mari, frecvent incompatibile, pentru care trebuie determinate soluții minimale, după o normă definită pe un spațiu al soluțiilor, satisfăcîndu-se restricțiile specifice.

Pentru un sistem de modelare cu două niveluri este construit un algoritm de ortogonalizare, sînt demonstrate proprietățile care interesează relativ la problema formulată.

1°. Considerăm un model dinamic al unui sistem ierarhizat de producție,

$$S(t) \subset Y(t) \times U(v(t)), \quad t \in [0, T],$$

unde $Y(\iota)$ este mulțimea variabilelor de stare (caracteristici cantitative ale producției), $U(v(t))$ — mulțimea variabilelor de comandă la nivel inferior (II), $V(\iota)$ — mulțimea variabilelor de comandă la nivel superior (I); se definesc și funcțiile corespunzătoare, $t \mapsto y(t) \in Y$, $t \mapsto v(t) \in V$, $t \mapsto u(t, v(t)) \in U$.

Presupunem că scopul fixat sistemului de către nivelul superior se exprimă prin restricții asupra valorii producției nete; pentru un model definit pe o mulțime finită, $t \in \mathcal{A}_{[0,T]} = \{t_s / s \in \overline{0, n}\}$, se consideră restricția liniară asupra producției nete

$$y(t_s) = F(t_s)\, y(t_s) + v(t_s), \quad y, v \in H_p, \tag{1}$$

unde $v(t_s)$ este producția netă specificată de nivelul I, $F(t_s)$ — matricea consumurilor specifice (matrice tehnologică), $y(t_s)$ — vectorul producției.

Deoarece sistemele de producție sînt sisteme mari, y, $v \in H_p$, $p \in \mathbb{N}$ suficient de mare, estimarea vectorului $v(t_s)$ de către nivelul (I) poate conduce la un sistem (1) compatibil sau incompatibil.

Vom trata problema determinării unui element $y(t_s) \in Y$, corelat cu sarcina de plan estimată la nivel superior, $\hat{v}(t_s)$; corelarea producției nete cu sarcina de plan mai presupune determinarea unui element $v \in H_p$ cu abatere minimă de la $\hat{v}(t_s)$ și a vectorului corespunzător $y(t_s)$.

* Lect. dr., catedra Matematici

2°. Pentru un sistem incompatibil $Gy = v$, G — operator liniar mărginit, definit pe un spațiu hilbertian H_u, $v \in H_p$ — fixat, considerăm funcționala pătratică $y \mapsto P(y) = \|Gy - v\|^2$, $y \in H_p$; un element care satisface $P(y^*) = \inf_{y \in H_p} P(y)$, $y^* \in H_p$ este soluția generalizată a sistemului.

Notăm mulțimea soluțiilor generalizate cu

$$E(G, v) = \{y^* / P(y^*) = \inf_{y \in H_p} P(y),\ y^* \in H_p\},$$

și definim soluția generalizată normală $y^{**} \in E(G, v) \subset H_u$ prin $\|y^{**}\| = \inf_{y^* \in E(G,v)} \|y^*\|$; sînt demonstrate existența și unicitatea soluției generalizate normale pentru un sistem dat. [2]. Dacă $B(H_p)$ este algebra operatorilor liniari mărginiți, definiți pe H_p și considerăm descompunerea ortogonală

$$H_p = \operatorname{im} G \oplus \ker G^T,\ (H_p = \operatorname{im} G^T \oplus \ker G), G \in B(H_p),$$

(adjunctul $G^* = G^T$ deoarece G este un operator real) atunci observăm că pentru cazul unui sistem compatibil se satisface $y' \in \ker G^T \Rightarrow G^T y' = 0 \Rightarrow 0 = \langle G^T y', y\rangle = \langle y', Gy\rangle \Rightarrow y' \perp Gy = v$, adică $v \perp \ker G^T$, iar $F(y^*) = 0 \Rightarrow y^{**} = G^T y^* \in \operatorname{im} G^T$ și deci $y^{**} \perp \ker G$.

Mai menționăm că pentru $G \in B(H_p)$ care satisface rang $G^k =$ rang G, $k \in \mathbb{N}$, are loc descompunerea (neortogonală)

$$H_p = \operatorname{im} G + \ker G,\ H_p = \operatorname{im} G^T + \ker G^T. \qquad [3]$$

Este adevărată propoziția

(p.) Pentru v, $(y^k)_{k \in \mathbb{N}} \subset H_p$, $Gy = v$ — sistem compatibil, $G \in \beta(H_p)$ și $y^{k+1} = y^k - H(Gy^k - v)$, $\det H \neq 0$, $T = E - HG$, $\|T\| < 1$, rang $G^k =$ rang G, rezultă convergența șirului $(y^k)_{k \in \mathbb{N}}$.

Din $y^{k+1} = T^{k+1} y^\circ + (E - T^{k+1})(E - T)^{-1} Hv$ și $T^k \underset{k}{\to} 0$ (deoarece $\|T\| < 1$) rezultă $y^k \underset{k}{\to} y^\infty$, $y^\circ \in H_p$.

Se satisface $y^\infty = (E - T^{-1}) Hv$, echivalentă cu egalitatea $\|Gy^\infty - v\| = \inf_{y \in H_p} \|Gy - v\| = 0$.

Observăm că în aceleași ipoteze, cînd este convergent procesul iterativ pentru sisteme compatibile, este convergent și șirul

$$y^{k+1} = y^k - HGy^k,\ y^k \underset{k}{\to} y^\infty \in \ker G; \qquad (2)$$

pentru $y^\circ = y_1^0 + y_2^0$, $y_1^0 \in \operatorname{im} HG$, $y_2^0 \in \ker G$, se satisface

$$y^{k+1} = (E - HG)^{k+1} y_1^0 + y_2^0 \underset{k}{\to} y_2.$$

De asemenea este convergent șirul de iterare

$$y^{k+1} = y^k - H^T G^T y^k,\ y^k \to y^{*0}_2 \in \ker G^T, \qquad (2')$$

$$y^{*0} = y^{*0}_1 + y^{*0}_2,\ y^{*0}_1 \in \operatorname{im} H^T G^T,\ y^{*0}_2 \in \ker H^T G^T = \ker G^T.$$

Pentru determinarea soluției unui sistem $Gy = v$ pe H_p formulăm definiția [3].

(d.) Șirul de iterare $y^{k+1} = y^k - H(Gy^k - v)$, cu condițiile menționate anterior, este convergent, dacă

$$\forall\, y^0 \in H_p, \exists\, y^\infty \in E(G, v) \subset H_p, y^\infty = \lim_k y^k.$$

Realizarea corelării în modelul sistemului productiv cu restricția considerată presupune determinarea soluției generalizate normale a sistemului $G(t_s)\, y(t_s) = \hat{v}(t_s)$, $G(t_s) = E - F(t_s)$, pentru fiecare element $t_s \in d_{[0\,T]}$.

Facem descompunerea ortogonală $\hat{v} = v_1 + v_2$, $v_1 \in \text{im}\, G$, $v_2 \in \ker G^T$, și pentru $Gy = v_1$ determinăm soluția $y^\infty = \lim_k y^k$, $y^{k+1} = y^k - H(Gy^k - v_1)$; dacă se obține descompunerea $y^\infty = y^* + y^{**}$, $y^* \in \ker G$, $y^{**} \in \text{im}\, G^T$, atunci y^{**} este soluția generalizată normală a sistemului [2]. Mulțimea $\{v_1(t_s)/t_s \in d_{[0,T]}\}$ cuprinde valorile sarcinii de plan corelată cu producția; $\|y^{**}\| = \inf_{y^* \in E(G,v)} \|y^*\|$ exprimă alegerea consumurilor specifice minime pentru realizarea unui nivel dat al producției nete.

3°. Metodă de descompunere ortogonală

Pentru determinarea lui v_1 din $\hat{v} = v_1 + v_2$, $v_1 \in \text{im}\, G$, $v_2 \in \ker G^T$ stabilim un algoritm de descompunere ortogonală. Presupunem că $\hat{v}$ are componente în ambele subspații din H_p, $\hat{v} \in ImG$ și fie are exprimarea $\hat{v} = a_1^{(0)} + a_2^{(0)}$, $a_1^{(0)} \in \text{im}\, G$, $a_2^{(0)} \in \ker G$, $a_2^{(0)} \neq 0$ (nu este descompunere ortogonală) Luăm valoarea inițială $y^{(0)} = \hat{v}$ și aplicăm (2), $y^{(k+1)} = y^{(k)} - Gy^{(k)}$, $\|E - G\| < 1$, care satisface $y^{(k)} \to_k a_2^{(0)}$. Considerăm valoarea inițială $z^{(0)} = a_2^{(0)}$ și aplicăm un șir (2'), $z^{(k+1)} = z^{(k)} - Gz^{(k)}$; dacă $a_2^{(0)} = b_1^{(0)} + b_2^{(0)}$, $b_1^{(0)} \in \text{im}\, G^T$, $b_2^{(0)} \in \ker G^T$, atunci $z^k \to_k b_2^{(0)}$. Relativ la aceste descompuneri menționăm cîteva proprietăți: (1.) $b_1^{(0)} \perp a_2^{(0)}$ ($a_2^{(0)} \in \ker G$, $b_1^{(0)} \in \text{im}\, G^T$); (2.) $b_2^{(0)} \neq 0$ ($\hat{v} \in \text{im}\, G \Rightarrow b_1^{(0)} \neq 0$; deoarece $< a_2^{(0)}, b_1^{(0)} > = \langle b_1^{(0)}, b_1^{(0)} \rangle + \langle b_2^{(0)}, b_1^{(0)} \rangle$, rezultă proprietatea); (3.) $\langle \hat{v}, b_2^{(0)} \rangle \neq 0$ (altfel, s-ar satisface $\hat{v} \in \text{im}\, G$); (4). dacă $b^{(1)} = \dfrac{\langle \hat{v}, b_2^{(0)} \rangle}{\|b_2^{(0)}\|^2}\, b_2^{(0)}$, atunci $a^{(1)} = \hat{v} - b^{(1)}$ satisface relația $\langle a^{(1)}, b^{(1)} \rangle = 0$ (verificare directă).

A rezultat descompunerea $\hat{v} = a^{(1)} + b^{(1)}$, $b^{(1)} \in \ker G^T$. Dacă $\dim \ker G^T = 1$, atunci $a^{(1)} \in \text{im}\, G$ și $\hat{v}_1 = a^{(1)}$; altfel $a^{(1)} \bar{\in} \text{im}\, G$, se reia procedeul iterativ și pentru $a^{(1)} = a_1^{(1)} + a_2^{(1)}$, $a_1^{(1)}, \in \text{im}\, G$, $a_2^{(1)} \in \ker G$, $a_2^{(1)} \neq 0$ obținem $a_2^{(1)} = b_1^{(1)} + b_2^{(1)}$, $b_1^{(1)} \in \text{im}\, G^T$, $b_2^{(1)} \in \ker G^T$, iar $a^{(2)} = a^{(1)} - b^{(2)}$, satisface $\langle a^{(1)}, b_2^{(1)} \rangle \neq 0$, $\langle a^{(2)}, b^{(2)} \rangle = 0$, $b^{(2)} = \dfrac{\langle a^{(1)}, b_2^{(1)} \rangle}{\|b_2^{(1)}\|^2}\, b_2^{(1)}$.

(5.) $b_2^{(0)}$, $b_2^{(1)}$ sînt elemente liniar independente din $\ker G^T$ (din $\langle a^{(1)}, b_2^{(1)} \rangle \neq 0$, $\langle a^{(1)}, b_2^{(0)} \rangle = 0$).

Dacă $\dim \ker G^T = 2$, rezultă $\ker G^T = Sp\,(\{b_2^{(0)}, b_2^{(1)}\}) = Sp\,(\{b^{(1)}, b^{(2)}\})$ și $v_1 = a^{(2)} \in \text{im}\, G$.

Dacă $\dim \ker G^T = m > 2$, atunci se continuă procedeul de mai sus și rezultă elementele liniar independente $\{b_2^{(j-1)}/j \in \overline{1, m}\} \subset \ker G^T$.

Este adevărată următoarea propoziție

(p.) Dacă dim ker $G^T = m$, atunci $v_1 = a^{(m)}$.

(ker $G^T = Sp\,(\{b_2^{(j-1)}/j \in \overline{1, m}\})$, $\hat{v} = a^{(m)} + \beta^{(m)}$, $\beta^{(m)} \in \ker G^T$, $a^{(m)} \in \text{im } G^T$; condiția $a^{(m)} \overline{\in}$ im G ar implica dim ker $G^T > m$, relație în contradicție cu ipoteza).

Rezultă un algoritm analog, folosind șirurile de iterare în ordinea (2'), (2); se obține descompunerea unui element $c \in H_p$, $c \overline{\in}$ im G^T, de forma $c = c^{(m)} + \gamma^{(m)}$, $c^{(m)} \in$ im G^T, $\gamma^{(m)} \in \ker G$.

A rezultat un algoritm pentru corelarea capacităților cu sarcinile de plan.

I. Se face descompunerea $\hat{v} = v_1 + v_2$;

$$a^{(j-1)} = a_1^{(j-1)} + a_2^{(j-1)},\ a_1^{(j-1)} \in \text{im } G,\ a_2^{(j-1)} \in \ker G,\ a_2^{(j-1)} \neq 0,$$

$$w^{(k+1)} = w^{(k)} - Gw^{(k)},\ w^{(0)} = a^{(j-1)},\ a^{(0)} = \hat{v},$$

$$w^{(k)} \underset{k}{\to} a_2^{(j-1)},$$

$$a_2^{(j-1)} = b_1^{(j-1)} + b_2^{(j-1)},\ b_1^{(j-1)} \in \text{im } G^T,\ b_2^{(j-1)} \in \ker G^T,$$

$$z^{(k+1)} = z^{(k)} - G^T z^{(k)},\ z^{(0)} = a_2^{(j-1)},$$

$$z^{(k)} \underset{k}{\to} b_2^{(j-1)},$$

$$b^{(j)} = \frac{\langle a^{(j-1)}, b_2^{(j-1)} \rangle}{\|b_2^{(j-1)}\|^2} b_2^{(j-1)},\ a^{(j)} = a^{(j-1)} - b^{(j)},$$

$$v_1 = a^{(m)} \in \text{im } G,\ v_2 = \beta^{(m)} \in Sp\,(\{b_2^{(j-1)}/j \in \overline{1, m}\}) = \ker G^T.$$

II. Se determină soluția generalizată; $E(G, v_1)$ este soluția sistemului compatibil $Gy = v_1$,

$$y^{(k+1)} = y^{(k)} - H(Gy^{(k)} - v_1),\ \det H \neq 0,\ \|E - HG\| < 1,$$

$$y^{(k)} \underset{k}{\to} y^* \in E(H, v_1).$$

III. Se determină soluția generalizată normală, făcînd descompunerea

$$y = c^{(m)} + \gamma^{(m)};$$

$$c^{(j-1)} = c_1^{(j-1)} + c_2^{(j-1)},\ c_1^{(j-1)} \in \text{im } G^T,\ c_2^{(j-1)} \in \ker G^T,\ c_2^{(j-1)} \neq 0,$$

$$z^{(k+1)} = z^{(k)} - G^T z^{(k)},\ z^{(0)} = c^{(j-1)},\ c^{(0)} = y^*,$$

$$z^{(k)} \underset{k}{\to} c_2^{(j-1)},$$

$$c_2^{(j-1)} = d_1^{(j-1)} + d_2^{(j-1)},\ d_1^{(j-1)} \in \text{im } G,\ d_2^{(j-1)} \in \ker G,$$

$$w^{(k+1)} = w^{(k)} - Gw^{(k)},\ w^{(0)} = c_2^{(j-1)},$$

$$w^{(k)} \underset{k}{\to} d_2^{(j-1)},$$

$$d^{(j)} = \frac{\langle c^{(j-1)}, d_2^{(j-1)} \rangle}{\|d_2^{(j-1)}\|^2} d_2^{(j-1)},\ c^{(j)} = c^{(j-1)} - d^{(j)},\ j \in \overline{1, m},$$

$$y^{**} = c^{(m)} \in \text{im } G^T,\ \gamma^{(m)} \in Sp\ (\{d_2^{(j-1)} / j \in \overline{1, m}\}) = \ker G.$$

Defalcarea la nivelul II a elementelor corelate cu sarcina de plan la nivelul I este dată de y^{**}; sensul fizic al elementului y^{**} este cel menționat anterior.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Cristescu*, Analiză funcțională. Edit. didactică și pedagogică, 1979.
2. *D. K. Fadeev*, Lineinîie alghebraiceschie sistemî s priamougolnîmi matriţami. Sovremennîie cislennîie metodî.
3. *G. I. Marciuk*, Iteraţionnîie metodî i cvadraticinîie funcţionalî.

Une mèthode d'orthogonalisation pour un problème de corrèlation

Les problèmes pratiques conduisent aux grands systèmes, fréquemment incompatibles, pour lesquels doivent trouver les solutions minimales, relatives à une norme définie sur l'espace accepté comme celui des solutions, suivant les restrictions spécifiques.

Pour un système de modélation à deux niveaux est construit un algorithme d'orthogonalisation, sont demontrées les propriétés qui nous intéressent, à propos du problème formulé.

C.Z.: 53.082.52
621.3/5.592

CONTRIBUȚII LA STUDIUL NIVELELOR ADÎNCI DE IMPURITĂȚI DINTR-UN SEMICONDUCTOR PRIN DETERMINAREA RATELOR DE EMISIE OPTICĂ

GABRIELA F. CONE, I.M. POPESCU, GH. A. STANCIU*

Sînt prezentate rezultatele referitoare la ratele de emisie optică și secțiunile eficace de fotoionizare ale nivelelor adînci al aurului în banda interzisă a siliciului, obținute din fotocurentul de tranziție prin joncțiunea p—n, în condiții experimentale adecvate.

1. Introducere

Încă de la începutul dezvoltării tehnologiei semiconductorilor s-a recunoscut importanța impurităților în modificarea proprietăților electrice ale materialului gazdă. Comportarea acestor impurități — care erau, la început, donori și acceptori cu nivele superficiale în banda interzisă, putea fi explicată satisfăcător pe baza unui model hidrogenoid. Simplitatea și accesibilitatea modelului atomului hidrogenoid a avut o contribuție mare la crearea unui limbaj coerent necesar în practică.

Totuși, dezvoltarea în continuare a dispozitivelor semiconductoare sofisticate a mărit interesul pentru problema impurităților, trecîndu-se treptat de la cele cu nivele superficiale în banda interzisă la cele cu nivele adînci. Astfel, au căpătat o importanță deosebită sistemele de impurități care nu mai pot fi studiate cu modelul atomului hidrogenoid și care poartă în general, numele de impurități adînci. Se cunoaște o varietate bogată de centri care pot da stări electronice localizate adînc în banda interzisă a cristalului gazdă. Aceste nivele adînci controlează timpii de viață ai purtătorilor minoritari și participă în multe procese ce intervin în funcționarea dispozitivelor semiconductoare.

Proprietățile fundamentale ale stărilor electronice descrise de modelul hidrogenoid nu depind de particularitățile atomice și chimice ale defectului, fapt ce nu este convenabil din punct de vedere al impurităților cu nivele adînci.

Stările adînci localizate pot fi descrise corespunzător doar dacă se ține cont de caracteristicile atomului de impuritate și de cele ale rețelei

* Șef lucrări dr.; Prof. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing., catedra Fizică

cristaline gazdă. Aceasta înseamnă că una din condiţiile pe care trebuie să le îndeplinească o teorie adecvată nivelelor adînci este posibilitatea descrierii complete a structurii electronice a semiconductorilor perfecţi. Teoria pseudopotenţialului, propusă la sfîrşitul anilor 1960, face mai accesibil calculul structurilor de bandă.

Nivelele adînci ale impurităţilor în banda interzisă a cristalului gazdă au un rol important în caracterizarea materialului semiconductor şi în performanţele dispozitivelor semiconductoare. În cazul termistorilor bipolari, a tranzistorului cu efect de cîmp MOS, a diodelor luminiscente, a diodelor tunel ca şi în cazul laserilor cu joncţiune p — n, impurităţile afectează atît proprietăţile electrice cît şi pe cele optice. În unele cazuri, defectele sub forma centrilor de recombinare îmbunătăţesc caracteristicile dispozitivului. De exemplu, impuritatea de Au se foloseşte sub forma centrilor de recombinare pentru a reduce timpul de viaţă al purtătorilor minoritari şi a creşte viteza de comutare a diodelor şi a tranzistorilor cu siliciu. Tehnica controlului timpului de viaţă şi a timpului de comutare a fost pusă la punct pentru prima dată în anul 1960 pentru diodele cu siliciu (în laboratoarele Bell Telephone) şi în anul 1961 pentru tranzistorii cu siliciu difuzat (în laboratoarele Fairchild Semiconductor). Centrii de recombinare radiativă sînt utili, în cazul diodelor luminiscente, pentru obţinerea unor culori diferite.

Impurităţile sînt prezente în cristalul gazdă în cantităţi mici. Problema care apare este de a detecta prezenţa acestor impurităţi şi de a face măsurători precise asupra proprietăţilor lor. Majoritatea datelor despre proprietăţile electrice şi optice ale semiconductorilor se obţin din dependenţa de temperatură a conductivităţii electrice, din efectul Hall şi din spectrele de absorbţie din infraroşu. Măsurătorile de efect Hall şi conductivitate electrică sînt anevoioase şi trebuie făcute la temperatura heliului lichid. Din aceste măsurători se obţin energiile de activare termică a golurilor şi electronilor captaţi pe centri de impurităţi şi concentraţia de centrii de impuritate.

În cazul efectului Hall, este necesară o concentraţie de impurităţi relativ mare pentru a obţine valori măsurabile cu precizie mare. Chiar la concentraţii mari de impurităţi rezultatele diferă de la un laborator la altul cu cîteva ordine de mărime [1]. O cauză a inexactităţii constă în imprecizia modelului teoretic al stărilor legate electronice sau de goluri din semiconductori, în care nu se cunosc stările excitate şi factorii de degenerare ai nivelelor energetice, iar o altă parte se datoreşte modului de impurificare a semiconductorului, adică atenţiei de a nu introduce şi impurităţi nedorite.

S-au propus metode noi [2, 3] de detecţie a electronilor şi golurilor captaţi de centrii de impurităţi dintr-o regiune a semiconductorului care este golită de electronii şi golurile libere sau legate. Această regiune poate fi stratul de baraj dintr-o joncţiune polarizată invers, o barieră Schottky sau un condensator MOS. Metodele se bazează pe efectul fotovoltaic de impurităţi din stratul de baraj dintr-o joncţiune p — n, care permite o determinare precisă a secţiunilor eficace termice şi optice fără incertitudinile introduse de celelalte metode [4].

Teorie

Vom considera procesele fizice de generare și recombinare a electronilor sau golurilor și procesele de captare a electronilor și golurilor de către centrii de impurități și parametrii ce descriu aceste procese.

În figura 1 limitele benzilor de conducție și de valență ale semiconductorului sînt notate prin E_C și E_V, iar energiile nivelelor superficiale de impurități prin E_D și E_A, pentru nivelele donoare și respectiv acceptoare. Concentrațiile impurităților donoare sînt N_D, iar ale celor acceptoare N_A și facem ipoteza că acestea sînt complet ionizate. Nivelul energetic efectiv al impurităților adînci este notat prin E_T și include atît stările excitate cît și degenerările acestora. Stările excitate nu sînt populate deoarece diferența dintre energia acestora în starea fundamentală este considerabil mai mare decît $k_B T$ cînd experiențele se efectuează la o temperatură mai mică decît 100°C. Concentrațiile de electroni din banda de conducție și de goluri sînt notate prin $n(x, t)$ și respectiv $p(x, t)$, în timp ce concentrațiile de electroni și goluri captate de centrii de impurități E_T sînt notate prin $n_T(x, t)$ și respectiv $p_T(x, t)$. Considerăm că centrul de impuritate are doar două stări de sarcină electrică : $S = 1$ (o stare acceptoare cu o sarcină electrică negativă sau o stare donoare cu o sarcină electrică pozitivă) și $S = 0$ (starea acceptoare sau donoare neutră electric). În figura 1 sînt arătate procesele de tranziție și ratele acestora, unde a^t, b^t, c^t și d^t sînt cele patru procese termice, iar b° și d° sînt cele două procese de excitare optică. Procesele de recombinare radiativă a° și c° au rate neglijabile în materialele indirecte cum sînt Si și Ge și rate importante în materialele directe cum este GaAs, mai ales dacă concentrația de purtători liberi este mare. În metodele propuse pentru determinarea concentrației de purtători captați de impuritate, concentrația de purtători liberi este neglijabilă în faza de tranziție astfel că procesele de captură radiativă sînt neglijabile.

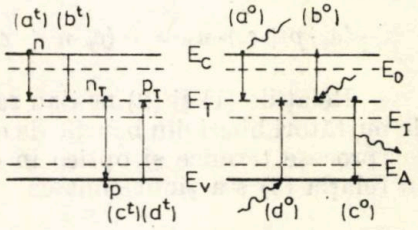


Fig. 1 : Diagrama benzilor de energie și procesele de tranziție optică și termică

Ratele de tranziție sînt notate prin c și e cu indicele n sau p pentru electroni și goluri și indicele t sau o pentru procesele termice și optice. Astfel c_n^t și e_n^t sînt ratele de captură și emisie termică de un centru de impuritate ca o lipsă de electron sau cu un electron în plus, în timp ce c_n^0 și e_n^0 sînt ratele de captură radiativă și fotoemisie de electroni. Aceste rate depind de modelul de bandă și în cazul celor optice de lungimea de undă a fotonilor incidenți.

Ecuațiile ratelor care descriu cele opt procese sînt următoarele :

$$-\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\right)_T = a^t - b^t + a^\circ - b^\circ = c_n^t\, np_T - e_n^t\, n_T + c_n^0 np_T - \\ - e_n^0\, n_T = c_n\, np_T - e_n\, n_T\,; \tag{1}$$

$$-\left(\frac{dp}{dt}\right)_T = c_p^t\, pn_T - e_p^t\, p_T + c_p^0\, pn_T - e_p^0 p_T = c_p\, pn_T - e_p\, p_T\,; \qquad (2)$$

$$\frac{dn_T}{dt} = a^t - b^t + a^0 - b^0 - c^t + d^t - c^0 + d^0 = (c_n\, n + e_p)p_T - \qquad (3)$$

$$-(c_p \cdot p + e_n)\cdot n_T = -(c_n\, n + e_n + c_p\, p + e_p)n_T + (c_n \cdot n + c_p)\, N_{TT}$$

Relaţiile (1) şi (2) ne dau ratele de variaţie în timp a concentraţiilor de purtători liberi din benzile de conducţie şi de valenţă datorită doar acestor procese termice şi optice în care sînt implicaţi centrii de impurităţi. În relaţia (3) s-a ţinut cont că

$$N_{TT}(x) = n_T(x, t) + p_T(x, t)\,;$$

iar

$$c_n = c_n^t + c_n^0 \text{ şi } e_n = e_n^t + e_n^0.$$

Ecuaţiile (1) — (3) sînt liniare dacă concentraţiile de electroni şi goluri sînt nule. Aceasta sugerează folosirea regiunii de sarcină a unei joncţiuni $p - n$ polarizată invers. Un sistem liniar este cel mai potrivit pentru măsurarea parametrilor cinetici fundamentali, deoarece orice perturbaţie aplicată unui astfel de sistem scade exponenţial în timp.

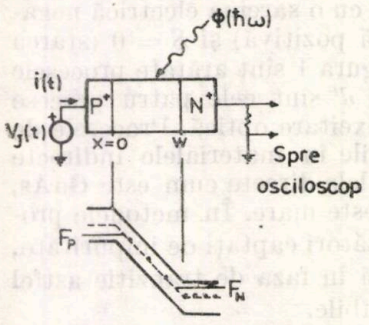


Fig. 2 : Schema unei experienţe de determinare a ratelor de emisie optică

În figura 2 este reprezentată schema unei experienţe de determinare a ratelor de emisie optică. Regiunea de tranziţie a joncţiunii p—n se află în zona $0 < x < w(r)$. În afata regiunii de tranziţie cîmpul este considerat nul ceea ce implică o neutralitate electrică. Această aproximaţie, permite folosirea ipotezei nivelelor quasi-Fermi constante în afara regiunii de tranziţie. În interiorul regiunii de tranziţie ipoteza nivelelor quasi-Fermi constante nu este aplicabilă cînd joncţiunea este polarizată invers cu o tensiune mare. Dar, condiţia ca în zona de tranziţie $p = n = 0$ face aplicabilă şi în această regiune ipoteza nivelelor quasi-Fermi constante. La temperaturi foarte coborîte, ratele de emisie termică e_n^t şi e_p^t sînt neglijabile şi soluţiile ec. (1) şi (3) pot fi simplificate chiar dacă $n, p \neq 0$ în regiunea de tranziţie, dacă acestea sînt staţionare. Această situaţie corespunde unei injecţii de purtători de sarcină în zona de tranziţie datorită unui flux luminos sau unei joncţiuni adiacente polarizate direct (structură de tranzistor).

Parametrii experimentali independenţi sînt : (a) tensiunea aplicată joncţiunii $V_J(t)$; (*b*) temperatura joncţiunii sau a probei $T_J(t)$; (c) fluxul de fotoni $\Phi_J(\hbar\omega, t)$, iar mărimile care pot fi măsurate sînt : (a) densitatea de curent prin joncţiune $J(t)$ şi (*b*) capacitatea joncţiunii la frecvenţă mare

și semnal mic $C(t)$. Evident mai sînt și alte mărimi care ar putea fi măsurate, dar relația cu ratele de emisie termică sau optică este cea mai simplă pentru $J(t)$ și $C(t)$.

Metoda folosită

Am ales pentru determinarea ratelor de emisie optică situația experimentală în care se determină densitatea de curent prin joncțiunea $p-n$ polarizată invers, aflată la o temperatură sub cea de îngheț a purtătorilor și în care generarea de purtători se face cu ajutorul unui flux luminos. În figura 3 sînt reprezentate dependențele de timp ale mărimilor ce intervin.

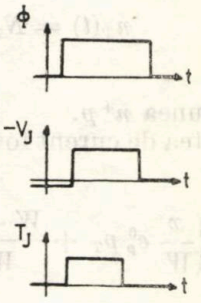


Fig. 3 : Dependența de temperatură a fluxului luminos (Φ), tensiunii de polarizare a joncțiunii (V_J) și temperaturii joncțiunii (T_J).

Am folosit joncțiuni p^+n și n^+p pentru care condițiile inițiale asigurate sînt :

$$n_T = \begin{cases} W_{TT}, & \text{în } p^+n \\ 0, & \text{în } n^+p \end{cases} \tag{4}$$

Ținînd cont că lucrînd la temperatură scăzută

$$e_n^t = e_p^t = 0 \tag{5}$$

și că prin aplicarea unei tensiuni de polarizare inversă în stratul de tranziție,

$$n = p = 0 \tag{6}$$

ecuațiile (1)—(3) se simplifică.

Înlocuind condițiile (5) și (6) în ec. (3) rezultă că

$$-\frac{dn_T}{dt} = (e_p^0 + e_n^0)n \tag{7}$$

care, după integrare, duce la :

$$n_T = A \exp\left[-(e_n^0 + e_p^0)t\right] + B \tag{8}$$

Facem notaţia

$$\tau = \frac{1}{e_n^0 + e_p^0} \tag{9}$$

şi ţinînd cont de condiţiile (4) se obţin depedenţele n_T (t) de tipul :

$$n_T(t) = N_{TT}\, \tau\, e_p^0 \left\{ \frac{e_n^0}{e_p^0} \exp\left[-\frac{t}{\tau} \right] + 1 \right\}, \tag{10}$$

pentru joncţiunea p^+n şi

$$n_T(t) = N_{TT}\, \tau\, e_p^0 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{t}{\tau} \right] \right\}, \tag{11}$$

pentru joncţiunea n^+p.

Densitatea de curent fotovoltaic de impurităţi are expresia :

$$J = q \int_0^W \left(\frac{x}{W}\, e_p^0\, p_T + \frac{W - x}{W}\, e_n^0\, n_T \right) \mathrm{d}x = \frac{qW}{2} \left[e_p^0\, N_{TT} + n_T\, (e_n^0 - \right.$$

$$\left. - e_p^0) \right] = \frac{qW}{2}\, N_{TT}\, e_n^0\, \tau \left\{ 2e_p^0 - (e_p^0 - e_n^0) \exp\left[-\frac{t}{\tau} \right] \right\}, \tag{12}$$

pentru joncţiunea p^+n şi

$$J = \frac{qW}{2}\, N_{TT}\, e_p^0\, \tau \left\{ 2e_n^0 - (e_n^0 - e_p^0) \exp\left[-\frac{t}{\tau} \right] \right\}, \tag{13}$$

pentru joncţiunea n^+p.

Această dependenţă de timp a densităţii de curent se obţine la conectarea impulsului luminos.

Dispozitivul experimental

Schema instalaţiei experimentale utilizate este prezentată în figura 4. Drept sursă de lumină s-a folosit o lampă cu halogen tip HLPA 225V/650 de fabricaţie NARVA (RDG), etalonată la Institutul Naţional de Metrologie. Temperatura de lucru a lămpii cu halogen a fost de 2535 K.

Fluxul luminos a fost focalizat cu ajutorul unei oglinzi pe fereastra unui monocromator cu prismă de silică, de tipul SPH — 2 Karl Zeiss Jena. Pentru a obţine o lărgime spectrală mică ($\Delta\lambda = 0{,}02$ μm) a radiaţiei emergente din monocromator am folosit o lăţime a fantei de 0,5 mm.

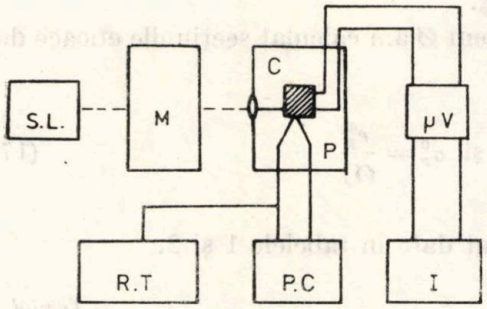


Fig. 4 : Dispozitivul experimental : S.L. — sursa de lumină ; M — monocromator ; C — criostat ; P — probă ; μV — microvoltmetru ; R.T. — referința de temperatură ; P.C. — potențiometru compensator ; I — înregistrator.

Fasciculul luminos emergent din monocromator traversează fereastra de cuarț a criostatului și ajunge pe proba montată în criostat pe un bloc de cupru, care fiind bun conductor de căldură asigură omongenizarea rapidă a temperaturii. Blocul de cupru este în contact direct, printr-un canal vertical cu azotul lichid, ceea ce asigură scăderea rapidă a temperaturii probei sub temperatura de îngheț a purtătorilor. Temperatura a fost măsurată cu un termocuplu din cupru-constantan folosind un potențiometru cu compensare cu preciza de 0,2 K.

Fotocurentul a fost măsurat culegînd tensiunea de pe o rezistență de sarcină cu valoarea $R = 28$ kΩ. Tensiunea electrică am măsurat-o cu un microvoltmetru tip ORION. Semnalul de la voltmetru a fost înregistrat cu un înregistrator x — t de tipul X 201 Karl Zeiss Jena.

Proba a fost polarizată invers la tensiunea $V = -15$ V cu ajutorul unei surse de curent continuu dublu stabilizată 0—25 V/2A tip STD 2520.

Probele au fost fotodiode de siliciu dopat cu Au de tipurile p^+n și n^+p produse de IPRS — Băneasa. În calcule s-a ținut cont de faptul că fluxul luminos care traversează zona de sarcină spațială este egal cu de două ori fluxul luminos incident deoarece pentru ambele tipuri de fotodiode ambazele (TO—5 cu capac SL 10.002) au suprafețele puternic reflectătoare.

Rezultatele obținute

Din expresiile fotocurenților la conectarea impulsului luminos (ec. (12) și (13)), am calculat ratele de emisie optică e_n^0 și e_p^0.

Observăm că scriind expresia fotocurentului sub forma [5] :

$$J = J_0 - J_1 \exp\left[-t(e_n^0 + e_p^0)\right]. \tag{14}$$

se pot scrie două ecuații de forma :

$$\frac{e_n^0}{e_p^0} = 1 - 2\frac{J_1}{J_0} \tag{15}$$

și

$$\ln\left(\frac{J_0 - J}{J_1}\right) = t(e_n^0 + e_p^0) \tag{16}$$

din care se pot calcula ratele e_n^0 şi e_p^0.

Cunoscînd fluxul luminos incident Ø am calculat secţiunile eficace de fotoionizare, definite prin relaţiile :

$$\sigma_n^0 = \frac{e_n^0}{Ø_J} \text{ şi } \sigma_p^0 = \frac{e_p^0}{Ø_J} \tag{17}$$

Rezultatele obţinute de noi sînt date în tabelele 1 şi 2.

Tabelul 1

Fotodioda p^+n

λ(μm)	$Ø_J(10^{13}\cdot\text{fotoni}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{s}^{-1})$	e_p^0 (s^{-1})	e_n^0 (s^{-1})	$\sigma_n^0(10^{-16}\cdot\text{cm}^{-2})$	σ_p^0 ($10^{-16}\cdot\text{cm}^{-2}$)
1,1	4,32	0,043	0,0388	4,97	4,49
2,6	2,724	0	0,0428	0	7,85

Tabelul 2

Fotodioda n^+p

λ(μm)	$Ø_J(10^{13}\cdot\text{fotoni}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{s}^{-1})$	e_p^0 (s^{-1})	e_n^0 (s^{-1})	$\sigma_n^0(10^{-16}\cdot\text{cm}^{-2})$	$\sigma_p^0(10^{-16}\cdot\text{cm}^{-2})$
1,2	3,67	0,028	0,035	4,760	3,810
1,0	3,35	0,029	0,345	5,149	4,328

Fotonul cu lungimea de undă $\lambda = 2{,}06$ μm are energia egală cu $h\omega = 0{,}602$ eV, valoare cuprinsă în intervalul $E_C - E_D^{Au} \leqslant h\omega \leqslant E_A^{Au} - E_V$. Rezultatele prezentate în tabelul 1 confirmă prevederea teoretică conform căreia, în acest caz, unul din cele două procese de emisie este neglijabil.

Concluzii

S-au calculat ratele de emisie optică pentru purtătorii de sarcină de tip n şi p din dependenţa de timp a fotocurentului de tranziţie în condiţii experimentale în care sînt importante doar procesele de emisie optică pe nivelele adînci de impurităţi, pentru fotodiodele de tip p^+n şi n^+p din siliciu dopat cu aur.

Rezultatele obţinute pentru ratele de emisie optică confirmă dependenţa acestora de energia fotonului incident prevăzută de teorie.

S-au calculat secțiunile eficace de fotoionizare a nivelelor adînci ale aurului din banda interzisă a siliciului. Valorile acestor mărimi sînt utile pentru construirea modelului nivelelor energetice ale unui semiconductor.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Lax*, J. Phys. Chem. Solids *8*, 66 (1959); Phys. Rev., *119*, 1502 (1960), sau E. Schibli, A. G. Milnes, Mat. Sci. Engng, *2*, 229 (1967/1968).
2. *C. T. Sah, L. Forbes, L. L. Rosier, A. F. Tasch jr.*, Solid State Electronics, *13*, 759 (1970)
3. *C. T. Sah*, Solid State Electronics, *19*, 975 (1976)
4. *C. T. Sah, A. F. Tasch Jr.*, Phys. Rev. Lett. *19*, 69 (1967); C. T. Sah, A. F. Tasch Jr., D. K. Schröder, Phys. Rev. Lett. *19*, 71 (1967).
5. *G. Cone, I. M. Popescu, Gh. Stanciu*, Rev. Roum. Phys. *30(6)*, 519 (1985)

About Deep Impurity Centers in Semiconductor from Optical Emission Rates

The results on the optical emission rates and the optical cross sections for the deep level Au impurities in Si from the transient junction current in adequate experimental conditions are presented.

MŰEGYETEM KÖNYVTÁRA BUDAPEST 1828

C.Z.: 537.871 : 517.958

CONTROL THEORY FOR THE WAVE EQUATION IN UNBOUNDED MEDIA

ED. NICOLAU *

Some equivalent forms of the wave equation are given. It is shown that for a permanent periodic regime, only a given characteristic can be given — the problem being equivalent with a radiation system synthesis. Some theorems are given for nondispersive and for dispersive media. In the last part a conjecture is formulated concerning the possibility to decompose the wave operator in a given manner.

In this paper we shall be concerned with the controlability probelm for the wave equation in unbounded media. Control theory for wave and heat equations in a bounded domain in Euclidean space as well as in differentiable manifolds has undergone an intense investigation in the last two decades, nevertheless, to the author's knoweldge the counterpart of the theory is largely lacking if we consider the problem from the engineer's point of view.

Let

$$T^2u - \Delta u = f(r, t) \qquad T = \partial/\partial t, \tag{1}$$

be the wave equation we consider in a compact space. This equation can be written in the form

$$Tu - Au = 0 \tag{2}$$

where

$$u^T = (w, v) \quad A = \begin{vmatrix} 0 & I \\ \Delta & f \end{vmatrix} \tag{3}$$

A being an operator. This equation can be generalized in many ways. For instance Quinn and Russell have studied the following equation

$$T^2w - (1/\rho(x))\,\Sigma\, X_j(a_{ij}(x)X_i\, w) = 0 \quad i, j = \overline{1, n} \tag{4}$$

---

* Prof. Ph. D., chair of Radiocommunications

where

$$X_1 \triangleq \partial/\partial x_1, \tag{5}$$

certain conditions being stipulated.

Let us consider first the case of an unbounded medium in which $f(x, t) \neq 0$ only in a bounded domain Ω_0, of finite diameter. We consider also $f(x, t)$ periodic with the shortest period T and a corresponding pulsation $\omega = 2\pi/T$. At a great distance from Ω_0, the field distribution is characterized by a radiation characteristic F, in the sense that

$$W(r) \; (AI/r)F \qquad |r| \gg |r_0| \tag{6}$$

r_0 being the diameter of Ω_0, r the distance from Ω_0 to the considered point, A—a proportionality factor, I—a quantity measuring the value of $f(r, t) = f(r) \exp(j\omega t)$ and $w(r, t) = W(r) \exp(j\omega t)$; the position of the observation point is given by r.

As W is a measure for the energy (power) density, it follows that for a source f with a finite energy, F must belong of the $\mathbf{L}^2$ class :

$$\int F^2(\theta) \; \hat{n} \; da < \infty, \tag{7}$$

θ being a given direction, and the integral in (7) being taken for all directions.

Concerning the energy density we notice the following : eq. (1) can be written as a system

$$\begin{aligned} Tu - \nabla v &= 0 \\ \nabla u + Tv &= f. \end{aligned} \tag{8}$$

The system (8) can be put in the form

$$\begin{vmatrix} T & -\Delta^T \\ -\Delta & T \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -f \end{vmatrix} \tag{9}$$

As usually the exponent T means the transposition of the matrix. The system (9) is equivalent with the system

$$Ax = x, \tag{10}$$

with

$$A \triangleq \begin{vmatrix} T & -\Delta^T \\ -\Delta & T \end{vmatrix} \tag{11}$$

$$y \triangleq \begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix} \qquad y \triangleq \begin{vmatrix} 0 \\ -f \end{vmatrix}. \tag{12}$$

From the form of the matrix A we deduce that the system (10) admits two conservation (or reciprocity) relations :

$$T(u^2/2 + v^2/2) - \nabla(uv) = fv \tag{13}$$

$$T(uv) - \nabla(u^2/2 + v^2/2) = fu. \tag{14}$$

Integrating (13) and (14) over all the space and taking into account the radiation conditions, we get other two integral conservation relations, equivalent to (13) and (14).

Theorem. For a permanent state, the only possibility to control a radiation system is to synthesize a given radiation characteristic $F(\theta) \in \in L^2$.

It is not possible to realize every function $F(\theta)$ with a finite radiation system. So we arrive to an approximation problem.

If we are interested in a transient regime, then we must take into account the fact that waves travel with finite velocity. If at $t = 0$ the space is empty and has no a previous given energy, then outside Ω_0 the state of the space is $u = 0$, $v = 0$, for $t = 0$.

Theorem. In the above stipulated conditions, the only control problem for the wave equation is the following one : find the time dependent conditions for $f = f(r, t)$, inside Ω_0, so that in a given bounded domain Ω_1, u has a prescribed distribution. If the medium is nondispersive and the distance $|r| \gg |r_0|$, then $u \neq 0$ only in a shell of thickness $d = c\tau$, where c is the wave velocity and τ is the time interval in which $f \neq 0$. For a given point r_1 inside Ω_1 and the time interval in which $u \neq 0$, $u(r, t)$ can be discontinuous, $f(r_0, t) \in C^1$, $r \in \Omega_0$. If $f(r_0, t)$ $r_0 \in \Omega_0$ is continuous both in r_0 and t, then $u(r, i)$ is continuous both in r and t, $r \in \Omega_1$.

If the medium is dispersive, some of the above given statements must be modified.

Theorem. In dispersive media waves decay uniformly exponentially so that in every point of $\Sigma = \partial \Omega_1$ it is possible to rich a given state in a finite time, with a given finite precision ; the wave can be controled on the surface only for a time interval equal with τ, after that moment the evolution being autonomous in Ω_1.

If the medium is nonhomogeneous, the problem changes in a radical way. For instance we can think at two different aspects : difraction and scattering. If somewhere in the space outside Ω_0 is a large screen with the boundary Σ_s, it is not allways possible to prescribe u on Σ_s. For instance in the case of electromagnetic waves and of a perfectly conductoring screen $\mathbf{E}$ is allways normal to $\Omega_0' : \mathbf{E}\hat{\mathbf{n}} = 0$, $\hat{\mathbf{n}}$ being the external normal to Ω_0'.

Some final remarks concerning the wave equation.

If we define

$$\nabla\varphi = \operatorname{grad}\varphi = \Sigma \mathbf{R}_i X_i \varphi \quad i = \overline{1, n}$$

$$\nabla\mathbf{v} = \operatorname{div}\mathbf{v} = \Sigma X_i v_i \quad i = \overline{1, n}$$

then we can write

$$\Delta\varphi = (\nabla(\nabla\varphi) = \nabla^2\varphi.$$

If $n = 3$, we have the identity

$$\text{curl (curl } \mathbf{v}) = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{v}) - \Delta\mathbf{v} = \text{grad(div } \mathbf{v}) = \Delta\mathbf{v}, \ \nabla\mathbf{v} = 0.$$

It follows that for the case of the vector wave equation and for $n = 3$ we can write

$$\Box\mathbf{v} \hat{=} T^2\mathbf{v} - \Delta\mathbf{b} - = T^2\mathbf{v} + \Delta\times(\Delta\times\mathbf{v}) - \Delta(\Delta\mathbf{v}) = f(\mathbf{r}, t)$$

and then we can transform the vector wave equation in a system of two equations

$$\Delta\times\mathbf{u} + T\mathbf{w} = 0 \qquad \Delta\times\mathbf{w} - T\mathbf{u} = \mathbf{g}$$

$$\Delta\mathbf{u} = 0 \qquad \Delta\mathbf{w} = 0.$$

In this form is visible the fact that we can obtain two conservation-reciprocity relations for some quantities related to v, namely power, energy or momentum.

It seems that this possibility is related to the fact that $n = 3$, Conjecture : Only for $n = 3$ it is possible to find an operator R such that

$$R\times(R\times\mathbf{v}) = \Delta\mathbf{v} - P(Q\mathbf{v}),$$

P, Q and R being operators (linear and of the first order in all the derivatives).

REFERENCES

1. *G., Chen, R. S., Millman,* Control theory for the wave equation in compact Riemannian manifolds, Funkcialaj Ekvacioj, 23, 1, (1980), 39—62.

2. Edm. Nicolau, Sinteza sistemelor radiante, Editura Academiei R.S.R., București, 1971.

Teoria controlului pentru ecuația undelor în medii nemărginite

Se studiază unele probleme privind controlul undelor în medii nemărginite. Se dau unele teoreme și se face o conjectură pentru cazul undelor vectoriale.

C.Z.: 621.396.677.7 : 514.742

VECTORIAL EQUATIONS FOR ELECTROMAGNETIC GUIDED WAVES IN POLARIZED FERRITE

G. RULEA*

There is presented a method to deduce the transversal components from the axial ones, in the case of a gyrotropic media; it is a generalisation of the applied method for isotropic uniform waveguide.

1. Introduction

The polarized ferrite is an anizotropic material and this property is mathematical described by tensorial character of the permeability (μ). The classical relations between the magnetic field vector $\bar{H}$ and the electric field $\bar{E}$ is disturbed because the permeability is a tensor.

In the paper there are presented the new relations between the $\bar{H}$ an $\bar{E}$ fields and the expresion of the transversal components as fonction of the longitudinal ones.

2. Axially polarized ferrite

It is considered a cartezian system of coordinates x, y, z. The propagation direction coresponds to the z axis. The d.c. magnetic field of polarization $\bar{H}_0$ is, as the first example, oriented upon the y axis.

The microwave electric and magnetic field $\bar{E}$ and $\bar{H}$, are

$$\bar{E} = \bar{i}E_x + \bar{j}E_y + \bar{k}E_z$$

$$\bar{H} = \bar{i}H_x + \bar{j}H_y + \bar{k}H_z$$

The time variation is sinusoidal, $e^{j\omega t}$.

The permeability tensor has, in this case, the form

$$(\mu) = \begin{pmatrix} \mu & 0 & jk \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ -jk & 0 & \mu \end{pmatrix} \tag{1}$$

The microwave electric field $\bar{E}$ and magnetic field $\bar{H}$ satisfy Maxwell's equations

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\bar{B} \tag{2}$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\varepsilon\bar{E} \tag{3}$$

* Prof. Ph. D., Chair of Radiocommunications

where

$$\bar{B} = \mu\bar{H} + jK(\bar{j} \times \bar{H}) - (\mu - \mu_0)\,\bar{j}(\bar{j}\bar{H}) \tag{4}$$

3. The wave equations

If the magnetic flux density expression from (4) is introduced in the first Maxwell equation (2) and the curl applied one get the following form of equation describing electrical field $\bar{E}$ variation as function of the magnetic field $\bar{E}$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu(\nabla \times \bar{H}) + \omega K \nabla \times (\bar{j} \times \bar{H}) - j\omega)\,(\mu - \mu_0)\,(\bar{j} \times \nabla)\,(j\bar{H}) \tag{5}$$

Since in the medium there are not electrical charges

$$\nabla\bar{E} = 0$$

Using (3), equation (5) is changed in

$$\Delta\bar{E} + \omega^2\varepsilon\mu\bar{E} = -\omega k \nabla \times (\bar{j} \times \bar{H}) + j\omega(\mu - \mu_0)\,(\bar{j} \times \nabla)\,(\bar{j}\bar{H}) \tag{6}$$

Applying the curl to (3), and substituting (2) it results

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} = j\omega\varepsilon\nabla \times \bar{E} = \omega^2\varepsilon\bar{B} \tag{7}$$

After simple transformations

$$\Delta\bar{H} - \nabla(\nabla\bar{H}) + \omega^2\,\varepsilon[\mu\bar{H} + jK(\bar{j} \times \bar{H}) - (\mu - \mu_0)\,\bar{j}(\bar{j}\bar{H})] = 0 \tag{8}$$

The wave equations (6) and (8) are not separable. The right part in relation (6) is a coupled term.

From

$$\nabla\bar{B} = 0$$

it is obtined

$$\nabla\bar{H} = \omega\varepsilon\,\frac{K}{\mu}\,(\bar{j}\bar{E}) \tag{9}$$

or the similar form

$$\mu\nabla\bar{H} = jK\bar{j}\,(\nabla \times \bar{H})$$

From this, one gets the equivalent impedance

$$\frac{2\pi}{\lambda_{od}}\,\frac{\bar{j}\bar{E}}{\nabla\bar{H}} = Z_{od}\,\frac{\mu}{K} \tag{10}$$

where

$$\lambda_{od} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

λ_0 wave lenght in the free space
ε_r dielectric constant

$$Z_{od} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}}$$

ε_0 permitivity in free space
μ_0 permeability in free space

If the polarization is changed upon the x or z axis one produce a unitary vector substitution $\bar{j} \to \bar{k}$ for $y \to z$ and $\bar{k} \to \bar{i}$ for $z \to x$.

In the general case, when [1]

$$(\mu) = \begin{pmatrix} \mu_1 & k & k_2^* \\ k_1^* & \mu_2 & k_3 \\ k_2 & k_3^* & k_3 \end{pmatrix}$$

it is not possible any more to established similary form of equations. In the studied cases, the equations (6) and (8) have not only a formal interest, but there are directly applied to deduce the transversaly components expressions from axial ones, simplifing considerably the calculus. We start with the case of the longitudinal polarization (when the d.c magnetic polarization $\bar{H}_0 = \bar{k}H_{oz}$) has the same direction as the z axis (direction of propagation).

4. Expressions of the transversai components as funetion of axiai eomponents; longitudinal polarization

The microwave magnetic and electric field are expressed by

$$\bar{E} = \bar{E}_T + \bar{k}E_z$$
$$\bar{H} = \bar{H}_T + \bar{k}H_z$$

It is assumed $\frac{\partial}{\partial z} = -\gamma$, and, the first Maxwell equation of evolution take the form

$$(\nabla_T - \gamma\bar{k}) \times (\bar{E}_T + \bar{k}E_z) = -j\omega(\mu)\,(\bar{H}_T + \bar{k}H_z)$$

But

$$(\mu)\,(\bar{H}_T + \bar{k}H_z) \begin{pmatrix} \mu & jk & 0 \\ -jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} Hx \\ Hy \\ Hz \end{bmatrix}$$

or

$$(\mu)\,(\bar{H}_T + \bar{k}H_z) = \mu\bar{H}_T - jK(\bar{k} \times \bar{H}_T) + \mu_0\bar{k}H_z$$

The equations for the longitudinal and transversal terms are

$$L\ \nabla_T \times \bar{E}_T = -j\omega\mu_0\bar{k}H_z \tag{11}$$

$$T - \gamma(\bar{e}_z \times \bar{E}_T) - \bar{e}_z \times \nabla E_z = -j\omega\mu\bar{H}_T - \omega K(\bar{k} \times \bar{H}_T) \tag{12}$$

With the last equation and its dual it is constitued the system

$$\gamma^2(\bar{k} \times \bar{E}_T) + \gamma\bar{k} \times \nabla_T E_z - j\omega\mu\bar{H}_T - \gamma\omega K(\bar{k} \times \bar{H}_T) = 0 \tag{13}$$

$$\omega K\gamma(\bar{k} \times \bar{H}_T) + \bar{k} \times \nabla_T H_z + j\omega^2\varepsilon K\bar{E}_T = 0 \tag{14}$$

The term $\gamma\omega K(\bar{k} \times \bar{H}_T)$ is eliminated and the remaining terms are

$$\gamma^2(\bar{k} \times \bar{E}_T) + \gamma(\bar{k} \times \nabla_T E_z) - j\omega\mu\gamma\bar{H}_T + \omega K(\bar{k} \times \nabla_T H_z) + j\omega^2\varepsilon K\bar{E}_T = 0 \tag{15}$$

From (14), multipling vectorial by $\bar{k}$,

$$-\gamma\bar{H}_T - \nabla_T H_z + j\omega\varepsilon(\bar{k} \times \bar{E}_T) = 0 \tag{16}$$

The magnetic field $\bar{H}_T$ from (16) is introduced in (15):

$$\begin{aligned}(\gamma^2 + \omega^2\varepsilon\mu)\,(\bar{k} \times \bar{E}_T) = &-\gamma(\bar{k} \times \nabla_T E_z) - j\omega\mu\nabla_T H_z - \\ &- \omega K(\bar{k} \times \nabla_T H_y) - j\omega^2\varepsilon K\bar{E}_T = 0\end{aligned} \tag{17}$$

In the equation (17) the terms of vectorial product with $\bar{k}$, $(\bar{k} \times \bar{E}_T)$ must be eliminated. From this, the equation (17) is vectorially multiplied by $\bar{k}$, and the resulting term $(\bar{k} \otimes \bar{E}_T)$ is introduced in (17). Since

$$\gamma^2 + \omega^2\varepsilon\mu = k_\mu^2$$

$$\omega^2\varepsilon K = \beta_k^2$$

it is obtained

$$\begin{aligned}\bar{E}_T = &-\frac{\gamma k_\mu^2}{k_\mu^4 - \beta_k^4}\nabla_T E_z + \frac{j\omega\mu k_\mu^2}{k_\mu^4 - \beta_k^4}\,[\bar{k} \times \nabla_T H_z) - \frac{\omega k\gamma^2}{k_\mu^4 - \beta_k^4}\nabla_T H_z - \\ &- \frac{j\gamma\beta_k^2}{k_\mu^4 - \beta_k^4}(\bar{k} \times \nabla_T H_z)\end{aligned} \tag{18}$$

the coefficients has been transformed in order to obtain only four terms combinations of Δ_T, E_z, H_z in scalar and vectorial products.

5. Transversal polarization (y axis)

Using a similar method in the case of the transversal (y, axis), polarization, the expressions of the transversal components are

$$(\bar{i}\bar{E}_T) = -\frac{\gamma}{k_\mu^2 + \omega^2\varepsilon(\mu - \mu_0)}(\bar{i}\nabla_T E_z) - \frac{j\omega(\mu - \mu_0)}{k_\mu^2 + \omega^2\varepsilon(\mu - \mu_0)}\frac{\partial H_z}{\partial y} + \\ + \frac{j\omega\mu\bar{i}}{k_\mu^2 + \omega^2\varepsilon[\mu - \mu_0)}(\bar{k} \times \nabla_T H_z)$$

$$H_x = -\frac{\gamma}{k_\mu^2}\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{j\omega\varepsilon}{k_\mu^2}\frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{j\omega\varepsilon}{k_\mu^2}\omega K H_z \qquad (19)$$

$$H_y = \frac{1}{\gamma}\left[1 - \frac{\omega^2\varepsilon\mu_0}{k_\mu^2 + \omega^2\varepsilon(\mu - \mu_0)}\right]\frac{\partial H_z}{\partial y} - \\ - j\omega\varepsilon\frac{1}{k_\mu^2 + \omega^2\varepsilon(\mu - \mu_0)}\frac{\partial E_z}{\partial x}$$

6. Conclusions

The method applied to deduce the transversal components from the axial ones, may be generalized in the case of gyrotropic media in uniform waveguide.

There are presented the expressions of the transversal components in the axial and transversal polarization case.

REFERENCES

1. *H. Unz*, Propagation in Arbitrarly Magnetized Ferrites Between Two Conducting Parallel Planes — IEEE Trans MTT, vol. 11, Nr. 3, May, 1963, p. 204—211.
2. *C. F. Vasile*, Simplifing Maxwell Equations in Gyrotropic Media, IEEE Trans. MTT, vol. 15, Nr. 5, May, 1967, p. 324—325.

Ecuațiile vectoriale pentru unde electromagnetice ghidate în ferita polarizată

Se prezintă funcțiile de distribuție ale componentelor transversale deduse din componentele axiale în cazul polarizării longitudinale și transversale.

Se generalizează astfel ecuațiile ghidului uniform pentru componentele transversale.

the coefficients has been transformed in order to obtain only four terms combinations of Δ_1, δ_1, Δ_2, δ_2 in scalar and vectorial products.

5. Transversal polarization (y axis)

Using a similar method in the case of the transversal (y, $\pi/2$) polarization, the expressions of the transversal components are:

$$H_x = \frac{\gamma}{k^2} \frac{\partial H_y}{\partial z} + \frac{j\omega\varepsilon}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{j\omega\varepsilon}{k^2} \omega A_x \tag{19}$$

$$H_y = -\frac{\gamma}{k^2} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\omega^2 \varepsilon(\mu - \mu_0)}{k_1^2 + \omega^2 \varepsilon(\mu - \mu_0)} \frac{\partial H_y}{\partial y} \right] - \frac{j\omega\varepsilon}{k_1^2 + \omega^2 \varepsilon(\mu - \mu_0)} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}$$

6. Conclusions

The method applied to deduce the transversal components from the axial ones, may be generalized in the case of gyrotropic media in uniform waveguide.

There are presented the expressions of the transversal components in the axial and transversal polarization case.

REFERENCES

1. B. Oar. Propagation in Arbitrarily Magnetized Ferrites Between Two Conducting Parallel Planes. — IEEE Trans. MTT, vol. II, Nr. 3, May, 1963, p. 204—211.
2. C. A. Valle, Singuline Maxwell Equations in Gyrotropic Media. IEEE Trans. MTT, vol. 12, Nr. 5, May 1967, p. 524—532.

Rezumăt

Se dă o metodă de determinare a componentelor transversale ale câmpului electromagnetic în ghidurile de undă, în cazul polarizării longitudinale și transversale.

CZ: 621.39
681.32
519.688

OPTIMAL RELIABILITY OF A COMPLEX SYSTEM BY SWIFT AND SLUMT

V. M. CĂTUNEANU, FL. POPENȚIU *

This article is based on an idea proposed for trasforming a mathematical programming problem into a sequence of unconstrained minimization problems. The system reliability is optimized by using two nonlinear programming techniques, SWIFT and SLUMT. The speed and accuracy of the computational procedures are illustrated through an example.

1. Introduction

Much has been written about optimization of the reliability of a system. Achieving the best possible value for the reliability of a system is important in the design or development of a system. This can be done by varying the reliability of each of the individual components of the system under various constraints like maximum allowable weight and/or cost.

Optimizing the reliability of the systems with great functional weight — used in spatial research missions, in the field of nuclear energy or in the information automatical processing — is a part of a larger context of some recent interests in solving some technical or economical problems by adopting solutions and making decisions under the condition of simultaneously having in view multiobjective problems.

The technical difficulties which must be exceeded for solving such problems were successfully surpassed either by using traditional nonlinear programming techniques or by their refinement and collaboration: in this case, SWIFT* and SLUMT**.

To demonstrate the efficiency of these techniques — SWIFT and SLUMT — could be not possible without maximal using of the facilities offered by modern computational procedures.

2. Example of Complex Systems

Many life support systems or subsystems in a space craft have system configuration as shown in Figure 1 [1].

* Prof. Ph. D.; Asist. Ph. D., Dept. of Technology in Electronics and Microelectronics.
* SWIFT — Sequential Weight Increasing Factor Technique
** Slacked Unconstrained Minimization Technique

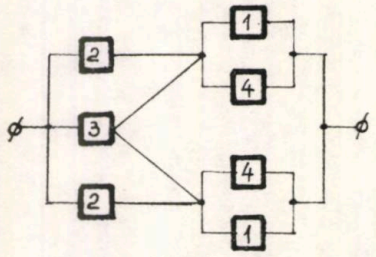


Fig. 1

Such an example is a communication system of two-man space capsule. Unit 2 represents each of two microphones of the headset of each astronaut in the capsule. Unit 3 is a hand microphone that may be picked either astronaut. There are two different types of amplifiers in the system with unit 1 and 4, respectively.

3. Statement of the Problem

The problem of maximizing the reliability of the complex system in Fig. 1 and which is subject to a single constraint can be stated as follows :

$$\begin{cases} \text{Maximize (by choosing the } R_i) \; R_s \\ \sum_{i=1}^{n} c_i \leqslant C \\ R_i \geqslant R_i, \min \end{cases} \tag{1}$$

in which :

n — number of stages in system
C — system cost (could as well be weight, volume or any other resource),
c_i — $K_i \; R_i^{\theta_i}$; cost for component i, where K_i, θ_i are constants
R_i — reliability of component i; $R = (R_1, \ldots, R_i, \ldots R_n)$
Q_s — $1 - R_s$
R_s — system reliability
Q_s — system nonreliability
$R_{i,min}$ — specified minimum value of R_i

The expression for R_s can be evaluated by using Bayes'theorem [2] :

$$\begin{aligned} R_s &= 1 - Q_s \\ &= 1 - R_3[(1 - R_1)(1 - R_4)]^2 \\ &\quad - (1 - R_3)\{1 - R_2[1 - (1 - R_1)(1 - R_1)]\}^2 \end{aligned} \tag{2}$$

4. SWIFT and SLUMT Techniques

SWIFT and SLUMT are penality function techniques which transform the given constrained problem (1) into a series of unconstrained optimization problems whose minima, in the limit, converge to the solution of the original problem. The essence of any penality function technique lies in the formation of the augmented function which is the sum of the original objective function and a penality term comprising of a weight fac-

tor multiplied by a suitable defined function of the constraints. The minimization of this augmented function, is, essentially, a constant trade-off between the minimization of the objective function and the satisfaction of the constraints. The choice of weight factor is crucial in any penality function technique [3]. In most of penality function techniques the weight factors is chosen arbitrarily and is imposed on the problem rather extrinsically. Whereas, in SWIFT [4] the weight factor is generated automatically during the cours of minimization. The history of SWIFT lies of a method for unconstrained optimization called the Simplex Method [5]. This method begins by generating $(n + 1)$ points — of which the given point is one — and evaluating the objective function at all these points, the method proceeds by sequentially deleting the point yielding the highest value of the objective function by better points obtained during the course of search.

The Simplex method which is populary known as the Flexible Polyhedron Method was modified and an improved version was refered to as the Improved Flexibile Polyhedron Method (IFPM) [6].

The general nonlinear programming problem with nonlinear inequality constraints is one where x is selected to :

$$\begin{cases} \text{minimize } f(x) & x \in R^n \\ \text{subject to} & \\ g_j(x) > 0 & j = 1, 2, \ldots, m \end{cases} \tag{3}$$

This functions $f(x)$ and $g_j(x)$, $j = 1, 2, \ldots, m$ need not be linear. This problem is transformed into an unconstrained problem by defining the augmented function as :

$$F(x, w) = f(x) - w_k \sum_{j=1}^{m} g_i(x) \tag{4}$$

where w_k is the weight factor. The procedure for generating w_k is the following [3] : Given a starting point x°, a regular simplex is constructed with x° as one of its vertices. To begin, a nominal value is assumed for w_1, say 1. $F(x, w)$ is evaluated at the vertices of the simplex and one iteration of the IFPM consisting of reflection, expansion, or contraction is made. This procedure defines a new simplex whose centroid is :

$$x_g = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} x_i}{n+1} \tag{5}$$

The average distance of the vertices of the simplex from x_G is :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} \|x_i - x_g\|}{n+1} \tag{6}$$

where $\| \bullet \|$ denotes Euclidean norm.

Now, with $w \to [w, 1/r]$, $F(x, w)$ is evaluated at all the vertices of the new simplex and IFPM is next iterated. The convergence criterion is to test a) whether or not the difference between the function values at the vertices yielding the lowest function values of the two consecutive simplices is less than a present positive number ; b) whether or not a single point is the vertex yielding the least value of the function for a present number of iterations.

During the course of minimization of $F(x, w)$, when is no longer possible to obtain better values, the vertices of the simplex are drawn nearer and nearer to the centroid and hence r decreases and in turn the constrained term in (4) is weighted more and more as one approaches the solution.

The general nonlinear problem (3) is solved by SLUMT, defining the objective-function in the following form :

$$F(x, r, s) = f(x) + r_k \sum_{j=1}^{m} [g_i(x) - s_j]^2 \tag{7}$$

$$\text{where } s_j = \begin{cases} g_j(x) \text{ if } g_j > 0 \\ 0 \quad \text{otherwise} \end{cases} \tag{8}$$

The function $F(x, r, s)$ is minimized by using the Fletcher-Reeves' method of the conjugate gradients [7] for a nonnegative increasing sequence of r_k ; the convergence speed of the technique is dependent on how the given function could be approximate by a square form.

By introducing the slack unconstrained s_j two advantages of SLUMT are put in evidence : 1) the initial points can be outside the feasible region, but the penality function forces the solution into a feasible region ; 2) all constraints do not have to be considered simultaneously, only those constraints which are violated need be considered.

The minimizing of $F(x, r, s)$ is to be stopped, when on two consecutive iterations the real values of the solutions differ no more than.

5. Results in Optimization

The problem (1) can be solved by SWIFT and SLUMT techniques using the general nonlinear programming model (3) :

$$\begin{cases} \text{minimize (by choosing the } R_i) \{ -R_s \} \\ \text{subject to} \\ g(R) = C - (2K_1 R_1^{\theta_1} + 2K_2 R_2^{\theta_2} + K_3 R_2^{\theta_3} + 2K_4 R_4^{\theta_4} \geqslant 0 \\ R_i \geqslant R_{i,min} \end{cases} \tag{9}$$

where the constants have the values $K_1 = 100$, $K_2 = 100$, $K_3 = 200$, $K_4 = 150$, $C = 800$, $\theta_i = 0.6$ $R \geqslant 0.5$ for all i.

Using the data presented above for problem (9) it obtains the results presented in Table 1 [3] :

Table 1

R_1	R_2	R_3	R_4	$1-R_S$	C	Time
0.7 0.507503	0.7 0.999622	0.7 0.666149	0.7 0.999974	5.96×10^{-8}	789.823	2sec.
0.6 0.546351	0.6 0.999998	0.6 0.619653	0.6 0.9999997	5.95×10^{-8}	789.238	2sec.
0.684719 0.500009	0.684719 0.999990	0.684719 0.595954	0.684719 0.999988	5.96×10^{-8}	778.557	2sec.
0.463648 0.592477	0.463648 0.999937	0.463648 0.528988	0.463648 0.999982	5.95×10^{-8}	782.572	2sec.

The parameters of reflection, contraction and expansion were fixed at $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.5$, $\gamma = 2.0$.

As starting points there were choosed the sets $R_i^0 = 0.7$ and 0.6, respectively $R_i^0 = 0{,}684719$ and $0{,}463648$, the last two ones being obtained from the first ones by using the relation :

$$R_i^0 = 0.5 + 0.5 \sin^2 R_i^0 \tag{10}$$

In all four experiments the solutions are not unique, but the unreliability results are the same : 5.96×10^{-8}. Using the SLUMT for two starting points 0.7 and 0.6 we obtained the results presented in Table 2 [8] :

Table 2

R_1	R_2	R_3	R_4	$1-R_S$	C	Time
0.7 0.997639	0.7 0.998482	0.7 0.682709	0.7 0.695008	4.25×10^{-8}	799.91	2.91sec
0.6 0.999585	0.6 0.999585	0.6 0.701092	0.6 0.682011	3.81×10^{-8}	799.98	2.38sec

The nonnegative increasing sequence of r_k is : $r_k = (10, 10^2 \ldots)$, and the parameter of stopping criteria was fixed as $\varepsilon = 10^{-9}$.

As we can see, the solutions obtained are not unique so as the un reliability is. As compared to SWIFT, the SLUMT technique when used obtains a lesser unreliability of the system but with a higher cost which takes place in the problem constraint. The better result by using SLUMT technique — because the main interest in problem (9) is the minimization $\{-R_s\}$ — is due to the advantages resulting from introducing the slack unconstrained variable in penality function.

6. Conclusions

Some conclusions based on the above analysis can be drawn as concerning the two nonlinear programming techniques — SWIFT and SLUMT:

a) The solutions obtained by SWIFT and SLUMT are not unique, but they lie inside the field of admissible ones. These results support the statement that in nonlinear programming the exact solutions are very rare, the accuracy of the optimal solutions being determined by the stopping criterion of technique implementation.

b) In the case of SWIFT and SLUMT the values of the reliability of the system were not influenced by the set of initial values, although the values allocated for the reliability of the system components were dependent on the starting values.

To demonstrate the efficiency of any nonlinear programming technique is a complex problem itself [9] due to the different weight of the efficiency factors. Coming back to the systems with great functional weight presented in Figure 1 and taking into account the results obtained by SWIFT and SLUMT, we conclude that the optimization of this type of systems requires the development of some technologies and of high degree reliability components. These requirements are not always practically able to be achieved because technological barriers; as such, combining this optimization way with the incorporation of the active redondance in the system structure is recommended.

REFERENCES

1. *F. A. Tillman, C. L. Hwang, L. T. Fan, K. C Lai*, IEEE Trans. Reliab., Vol. R — 19, Nr. 3, Aug, 1970, pp. 95—100.
2. *I. Bazovsky*, Reliability theory and practice. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1961.
3. *B. V. Sheela*, IEEE Trans. Reliab., Vol. R —26, Nr. 5, Dec. 1977, pp. 339—341.
4. *B. V. Sheela, P. Ramamoorthy*, Applied Mechanics and Engineering, Vol. 6, Aug, 1975, pp. 309—317.
5. *J. A. Nelder, R. Mead*, Computer Journal, Vol. 7, 1965, pp. 308—313.
6. *R. Ramamoorthy, B. V. Sheela*, AE — TM — 4 —73, NAL, Bangalore, 1973.
7. *R. Fletcher, C. M. Reeves*, Computer Journal, Vol. 7, 1964, May, pp. 149.
8. *Fl. Popenţiu*, Optimizarea fiabilităţii sistemelor complexe prin tehnica alocaţiilor. Teză de doctorat, Bucureşti, 1984.
9. *Y. V. Subrahmanyan*, IEEE Trans. Reliab. Vol. R —29, Nr. 1, Apr. 1980, pp. 38—41.

Optimizarea fiabilităţii unui sistem complex prin SWIFT şi SLUMT

Ideea care stă la baza acestui articol este de a transforma o problemă de programare matematică într-o serie de probleme de minimizare fără restricţii. Fiabilitatea sistemului este optimizată utilizînd tehnicile de programare neliniară SWIFT şi SLUMT. Rapiditatea şi acurateţea procedurilor de calcul sînt ilustrate printr-un exemplu.

C.Z.: 621.395
621.3.049.77

CIRCUIT INTEGRAT DEDICAT TASTATURILOR TELEFONICE SENZORIALE

V. CROITORU, C. GÎNGU*

Lucrarea prezintă principalele caracteristici structurale şi funcţionale ale unui circuit integrat MOS, destinat tastaturilor telefonice senzoriale, de concepţie originală. Este descrisă organizarea internă a circuitului, structura sa logică, precum şi schema sa electrică. Sînt discutate apoi cîteva aspecte privind proiectarea circuitului integrat (calculul geometriei tranzistoarelor, evaluarea timpilor de comutaţie). În final sînt prezentate cîteva scheme tipice de aplicaţii.

1. Introducere

În ultimii ani, explozia informaţională, prin cantitatea tot mai mare de date ce se cere transmisă la distanţă, a determinat o puternică dezvoltare a reţelelor de telecomunicaţii. O atenţie deosebită a fost acordată terminalelor telefonice şi de date. Cercetările şi experimentele efectuate în această direcţie au condus la apariţia, în anii '70, a unei mari varietăţi de aparate telefonice prevăzute cu funcţii multiple, pentru ca anii '80 să transforme clasicul telefon într-un adevărat terminal inteligent la domiciliul abonatului.

Centralele telefonice moderne, echipate cu sisteme electronice de comutare, se caracterizează printr-o viteză de prelucrare a informaţiei mult mai mare decît cele clasice. Aceasta impune, în primul rînd la nivelul terminalului telefonic, înlocuirea vechiului disc (cu viteză redusă de operare) prin echivalenţi electronici. Introducerea informaţiei nu se mai face prin intermediul discului, ci cu ajutorul unei claviaturi, experimentale demonstrînd că se obţine astfel o eficienţă sporită.

In sensul celor de mai sus, autorii şi-au propus să realizeze un salt calitativ pe linia modernizării claviaturilor şi anume să elimine orice componentă mecanică, în mişcare, pe care ar reclama-o claviaturile cu contacte mecanice. In acest context, dorinţa autorilor a fost să creeze un nou circuit integrat MOS, dedicat tastaturilor telefonice senzoriale [1], care să contribuie la prelucrarea şi transmiterea informaţiei de selecţie cu o viteză superioară faţă de sistemele clasice, în condiţiile unei siguranţe sporite în funcţionare şi asigurării alimentării circuitului din linia de abonat.

Lucrarea prezintă cîteva din problemele ridicate de realizarea acestui circuit integrat, ce ar urma să fie asimilat la Intreprinderea Microelectronica sub codul MMP—9600 [2].

* Şef lucrări dr. ing. catedra Radiocomunicaţii, telefonie şi transmisiuni de date; Ing., Intrep. Microelectronica

2. Organizarea internă a circuitului

Circuitul MMP—9600 a fost proiectat pentru a oferi posibilitatea tastării senzoriale de tip rezistiv și pentru a asigura codul de acționare și interfațarea cu circuitul AY—5—9100 (MMP—9100) destinat, la rîndul lui, transmiterii comenzilor de selecție la nivelul terminalelor telefonice [3].

Organizarea internă a circuitului este prezentată în figura 1. El conține douăsprezece celule bistabile de tip D ($D_1, \ldots, D_{12}$), un codificator, un circuit de preselecție (PS) și un circuit de programare a modului de lucru (PMC).

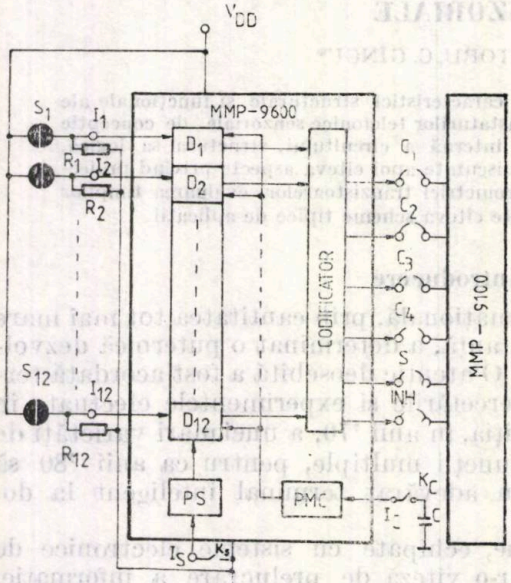


Fig. 1 — Structura bloc a CI—MMP 9600 și interconectarea sa cu CI—MMP 9100 (AY—5—9100)

Pe lîngă avantajele evidente oferite de trecerea de la claviatura mecanică la tastatura senzorială (reducerea etapelor tehnologice pentru prelucrări mecanice, eliminarea metalelor rare necesare contactelor mecanice, a zgomotului și hazardului dinamic al acestora, fiabilitate sporită și ușurință în întreținere), circuitul prezintă și alte facilități.

Astfel, intrarea de preselecție (I_S) permite o selecție automată a canalului 12 în momentul alimentării cu energie electrică a circuitului. Se poate renunța la acest serviciu prin conectarea pinului I_S la masă.

O altă facilitate ne-o oferă intrarea de programare a modului de lucru (I_C) care, prin intermediul blocului PMC, forțează circuitul să mențină sau nu (după dorință) pe ieșirile C_1, C_2, C_3, C_4, codul corespunzător tastei acționate chiar după ridicarea degetului de pe acea tastă. Se poate lucra, deci, fie în regimul „cu memorare" (pinul I_C neconectat) fie în regimul „fără memorare" (pinul I_C legat la masă printr-un condensator).

Tastele senzoriale ($S_1, \ldots, S_{12}$) conțin numai cîte o rezistență pentru fiecare canal, cealaltă rezistență ce formează divizorul de intrare fiind constituită de rezistența de contact a degetului utilizatorului cu tasta senzorială.

3. Structura logică și electrică

Circuitul este alcătuit din 12 celule bistabile de tip D, un circuit de programare a modului de lucru (PMC), un circuit de preselecție (PS) și un codificator de ieșire (figura 1).

Cele 12 celule bistabile: $D_1, D_2, \ldots, D_{12}$ (figura 2) corespund celor 12 intrări: $I_1, I_2, \ldots, I_{12}$ (figura 1). Codificatorul transformă infor-

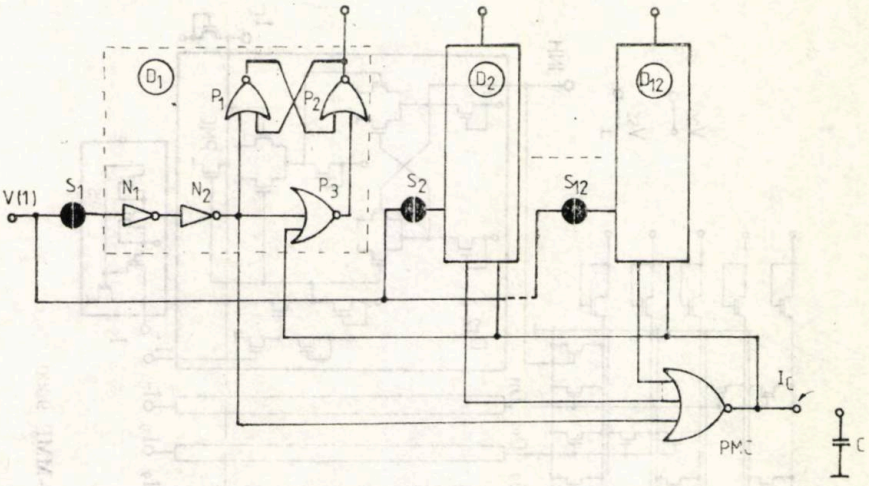


Fig. 2 — Diagrama logică a CI— MMP 9600

maţia primită de la primele 11 intrări într-un cuvînt de 4 biţi (ieşirile C_1, C_2, C_3, C_4). El semnalizează, de asemenea, prin intermediul ieşirii S (figura 1), dacă a fost sau nu atinsă o tastă. În acest fel avem certitudinea că circuitul „a sesizat" atingerea uneia din tastele S_1, S_2, .., S_{11}. Cea de-a 12-a intrare, I_{12}, corespunzătoare tastei S_{12}, este utilizată atunci cînd dorim să activăm ieşirea INH. Aceasta este folosită de circuitul AY-5-9100 (MMP-9100) pentru trecerea în modul de lucru de repetare automată a numărului.

Schema electrică (figura 3) a fost construită astfel încît să materializeze structura logică prezentată în figura anterioară. Porţile de tip SAU—NU au fost implementate cu tranzistoare PMOS cu îmbogăţire, avînd prag coborît [4]. În fiecare celulă intrarea se face prin 2 etaje inversoare (N_1, N_2) de refacere a semnalului (figura 2), după care semnalul este aplicat atît bistabilului celulei respective cît şi circuitului PMC. Acesta din urmă va comuta în „1" (logică negativă), numai cînd nu este acţionată nici o tastă, permiţînd astfel „memorarea"informaţiei în oricare din cele 12 celule, chiar şi după dispariţia acesteia de pe intrări (ridicarea degetului de pe tastă). Dacă acest „1" logic este întîrziat suficient de mult (prin intermediul unui condensator montat pe pinul I_C), după ridicarea degetului după tastă, bistabilii D_1, ..., D_{12} vor trece toţi în „0" logic (modul de lucru „fără memorare").

Structura electrică conţine de asemenea circuitul de preselecţie PS. Acesta, utilizînd regimul tranzitoriu ce apare în momentul alimentării circuitului cu energie electrică, furnizează un impuls ce forţează canalul 12 să comute în starea „1" logic.

Codificatorul, ce intră şi el în structura circuitului, a fost implementat folosind o matrice PLA, ce furnizează codul binar specific interfaţării cu circuitul AY—5—9100 (MMP—9100). La cerere, circuitul poate furniza orice cod de 6 biţi, prin modificarea corespunzătoare a unei măşti din procesul tehnologic.

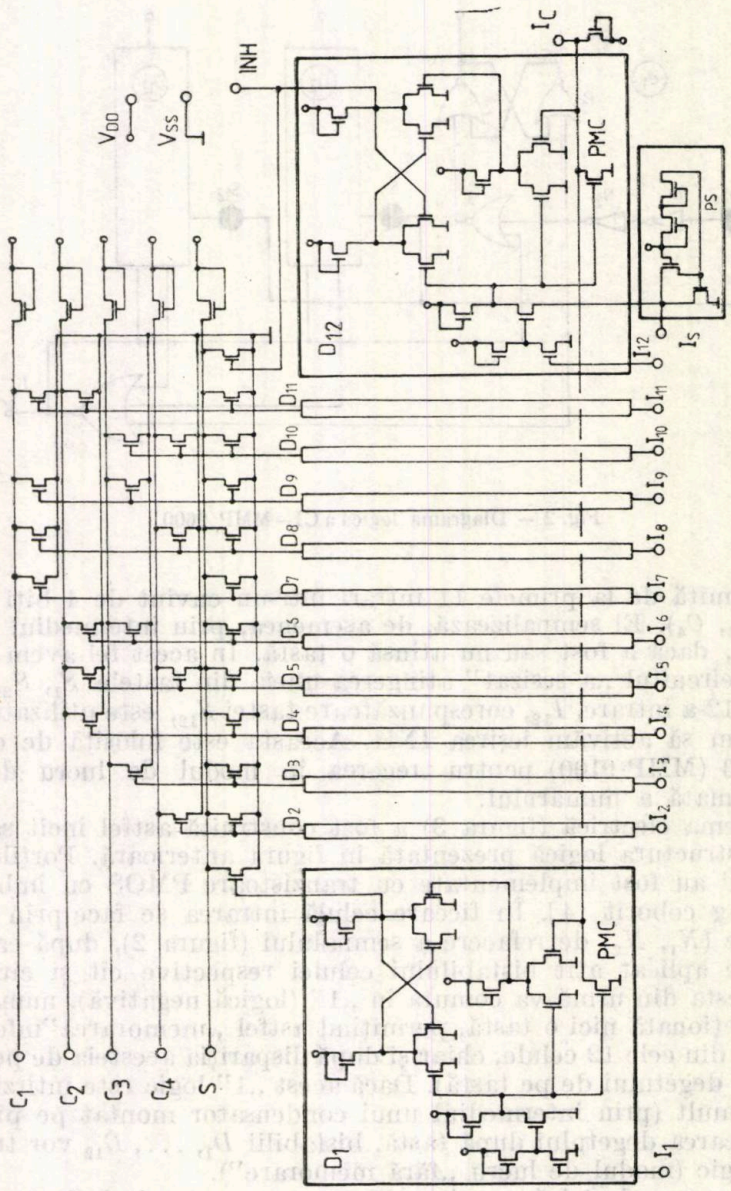


Fig. 3 — Schema electrică a CI — MMP 9600

4. Calculul inversorului din celula de bază

4.1. *Calculul geometriei celulei*

Necesitatea alimentării circuitului din linia de abonat impune ca, la o tensiune de 15 V, consumul să nu depășească 1 mA. Considerînd pentru curentul de alimentare o formulă de tipul [4]:

$$I = N \cdot k \cdot \left(\frac{w}{L}\right)_i (V_{DD} - V_T)^2 \qquad (1)$$

unde : N = numărul maxim de tranzistoare ce conduc simultan ;
k = constanta tehnologiei folosite ;
w = lățimea canalului tranzistoarelor MOS ;
L = lungimea canalului tranzistoarelor MOS ;
l = indice pentru tranzistoarele de „sarcină" ;
d = indice pentru tranzistoarele „driver",

se poate calcula raportul $(w/L)_l$, deci geometria tranzistorului de sarcină [5]. Se obține $(w/L)_l = 1/31{,}5$. Această valoare face ca prin tranzistoare să circule un curent maxim de ordinul a 14 μA.

Deoarece nu avem limitări în ceea ce privește viteza de comutare a circuitului, din considerente de arie minimă, vom alege $(w/L)_d = 1$.

Cu toate că valoarea $(w/L)_l = 1/31{,}5$ face ca tranzistoarele de sarcină să fie foarte lungi (aproximativ 0,3 mm) printr-o dispunere îngrijită a geometriei acestora s-a reușit obținerea unui „chip" cu dimensiuni reduse (1,8 × 1,9 mm²). Figura 4 arată desenul de lay-out al unei celule de bază la scara 1 : 400.

4.2. *Evaluarea timpilor de comutație*

Folosind modelul pentru regimul tranzitoriu al inversorului MOS din figura 5, cu notațiile uzuale [4] obținem :

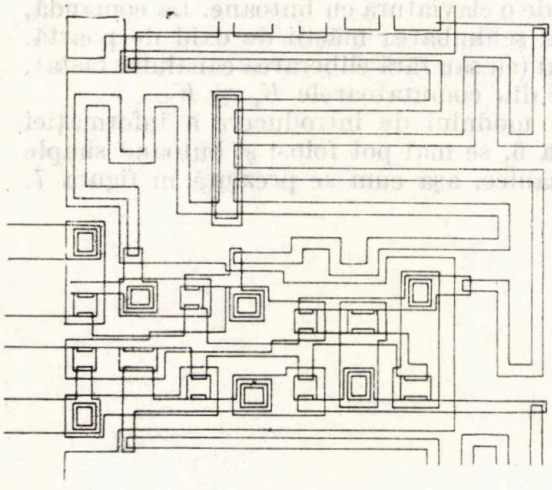


Fig. 4 — Desenul lay-out-lui unei celule de bază

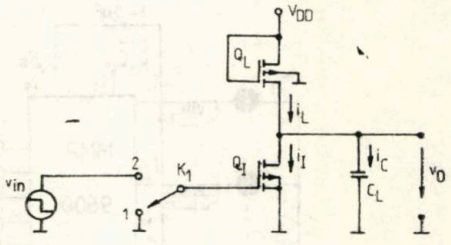


Fig. 5 — Modelul adoptat pentru analiza regimului tranzitoriu al inversorului MOS

$$t_r = \frac{C_L}{k_l\,(V_{DD} - V_T)} \cdot \frac{v_0}{V_{DD} - V_T - v_0} \tag{2}$$

$$t_f = \frac{C_L}{k_d\,(v_{in} - V_T)} \cdot \left[\frac{V_{OH} - v_{in} + V_T}{v_{in} - V_T} + \frac{1}{2} \ln \frac{2(v_{in} - V_T) - v_0}{v_0} \right] \tag{3}$$

unde : t_r = timpul „de creștere" sau „de încărcare", din „0" în „1" logic (logică negativă);

t_f = timpul „de cădere" sau „de descărcare", din „1" în „0" logic (logică negativă);

C_L = sarcina capacitivă a inversorului;

k_i, k_d = constante tehnologice ale tranzistoarelor „sarcină", respectiv „driver";

v_{in}, v_0 = tensiunile la intrarea, respectiv ieșirea inversorului;

V_{DD} = tensiunea de alimentare (— 15 V);

V_T = tensiunea de prag (— 3 V);

V_{OH} = tensiunea pe ieșire în momentul începerii comutării „1" → „0".

Făcînd calculele, se găsește, pentru $C_L = 10$ pF, că $t_r = 60$ μs, iar $t_f = 1$ μs.

5. Aplicații

Prezentăm, la modul general, cîteva din aplicațiile practice ale CI—MMP—9600 [3].

Schema tipică de aplicație este cea din figura 6. La atingerea unuia din senzorii S_1, ..., S_{12}, pe ieșirile C_1, ..., C_4, S, INH apare codul din tabelul 1, identic cu cel furnizat de o claviatură cu butoane. La comandă, acest cod poate fi modificat prin schimbarea măștii de oxid de poartă. Modul de funcționare al circuitului (cu sau fără eliberarea canalului tastat, cu sau fără preselecție) se alege din comutatoarele K_C și K_S.

De menționat că, în afara modului de introducere a informației prin taste senzoriale, ca în figura 6, se mai pot folosi și butoane simple cu revenire, avînd contacte mecanice, așa cum se prezintă în figura 7.

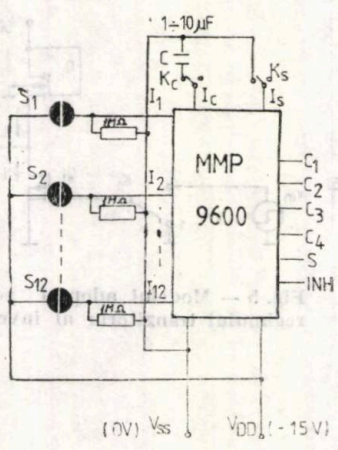


Fig. 6 — Schema generală de utilizare a CI—MMP 9600

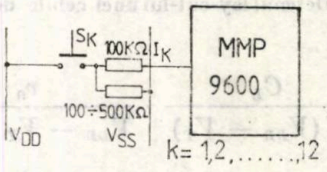


Fig. 7 — Aplicație a CI — MMP 9600 în cazul utilizării butoanelor cu contacte mecanice

Tabelul 1

TABELUL 1

INTRĂRI												IEŞIRI					
I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	I10	I11	I12	C1	C2	C3	C4	S	INH
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0

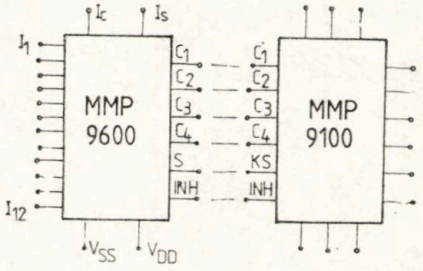


Fig. 8 — Aplicaţie dedicată a CI — MMP 9600 pentru tastaturi telefonice senzoriale

Pentru aplicaţia destinată tastaturilor telefonice senzoriale [6], circuitul MMP—9600 interfaţează cu circuitul AY—5—9100 sau cu echivalentul acestuia, circuitul MMP—9100, ce se află în fabricaţie la Întreprinderea Microelectronica Bucureşti. Legăturile între cele două circuite sînt pur galvanice, după cum arată figura 8. Consumul redus al celor două circuite permite alimentarea întregului aparat telefonic din linia de abonat.

BIBLIOGRAFIE

1. *V. Croitoru, M. Oprican, E. Sofron, C. Gîngu*, MOS Integrated Circuit for Touch Telephone Keyboards, MICROELECTRONICS'84, Prague, p. 5—7.
2. *V. Croitoru, M. Oprican, E. Sofron*, Structură de circuit electronic pentru tastare senzorială, brevet de invenţie nr. 89885, CNST, OSIM.
3. *V. Croitoru, M. Dinale, C. Gîngu, M. Oprican, A. Veron*, Circuit integrat MOS destinat tastaturilor senzoriale, E.E.A. — Automatica şi Electronica 28, nr. 2, iunie 1984, p. 47—49.
4. *W. M. Penney, L. Lau*, MOS Integrated Circuits, Van Nostrand Reinhold Company, 1972.
5. *V. Croitoru, C. Gîngu, M. Oprican*, Probleme de proiectare a circuitului integrat MOS —MMP 9600, alimentat din linia de abonat, CNETAC'84, I.P.B., Bucureşti, sub tipar.
6. *V. Croitoru, M. Oprican*, Studiul tehnico-economic al circuitului integrat MOS—MMP 9600, contract nr. 16—3—1 cu Întreprinderea Microelectronica, Bucureşti.

Integrated Circuit Dedicated to Touch Telephone Keyboards

The paper presents the main structural and functional features of an original MOS integrated circuit, dedicated to the touch telephone Keyboards.
The internal structure of the circuit as well as its logical and electrical diagrams are described. Some aspects concerning the design of the integrated circuit are also discussed (the calculus of the transitors' geometry, the evaluation of the switching times). Finally, some typical application diagrams are presented.

C.Z.: 621.3.014.33 : 577.39

STIMULAREA ELECTRICĂ A ŢESUTURILOR

RODICA STRUNGARU, S. PAŞCA*

Lucrarea este o sinteză a preocupărilor autorilor privind studiul stimulării electrice a ţesuturilor şi proiectarea de aparatură adecvată. Pornind de la organizarea structurală şi funcţională a materiei vii, se deduc parametrii stimulatorului. În final se dau cîteva exemple concrete realizate de autori pentru diverse aplicaţii practice medicale.

1. Introducere

Promovarea procedeelor fizice moderne pentru studiul materiei vii, cît şi studiul fenomenelor fizice din materia vie, a dus cu deosebire la cercetarea electrogenezei structurilor excitabile şi a termodinamicii.

Din anii '60, biologia moleculară realizează o adevărată revoluţie în tehnica şi gîndirea biologică, întemeindu-se pe teza că orice proces din materia vie poate fi explicat simplu şi logic pe baza legilor fundamentale privind organizarea spaţială a macromoleculelor proteice, a componenţilor lor activi şi pe baza interacţiunii acestor molecule în diferite condiţii.

De cunoaşterea mecanismelor funcţionale celulare şi moleculare şi a celor de reglare a funcţiilor organismelor superioare, inclusiv a celui uman, depind toate posibilităţile de a influenţa cauzal desfăşurarea vieţii, obiectivul suprem al medicinei. Orientată profilactic, medicina ştiinţifică devine tot mai mult fiziologie, devine preponderent ştiinţa păstrării şi consolidării sănătăţii prin dirijarea şi influenţarea funcţiilor organismului.

Medicina contemporană clinică apelează tot mai mult la explorări funcţionale, care cu aparatură electronică se execută în orice laborator clinic, dar care pentru a putea fi interpretată necesită încă în unele situaţii, colaborarea fiziologului.

2. Parametrii de stimulare

Celula reprezintă unitatea biologică de organizare a tuturor vieţuitoarelor, prevăzută cu principalele atribute ale vieţii — metabolism, excitabilitate, creştere şi reproducere. Celula conţine structurile la nivelul cărora forţele fizico-chimice se transformă în manifestări caracteristice vieţii.

* Conf. dr. ing.; Asist. ing. catedra Electronică aplicată.

Starea relativă de inactivitate a unei celule vii se numește stare de repaus. Fenomenele metabolice, fenomene de regim staționar, caracterizează starea de repaus celular prin polarizarea celulei, negativă în celulă față de exteriorul ei. Un stimul modifică starea de repaus a celulei, fie printr-o hiperpolarizare, fie printr-o depolarizare a ei, fig. 1 [1]. Hiperpolarizarea se manifestă prin inhibiție, de exemplu oprirea activității celulare secretorii sau motorii. Depolarizarea celulei la o anumită valoare, numită prag de excitabilitate, este expresia excitației celulei. Excitabilitatea celulară este capacitatea ei de a răspunde la stimuli, adică la modificările de energie de o durată și mărime specifice din mediul de viață.

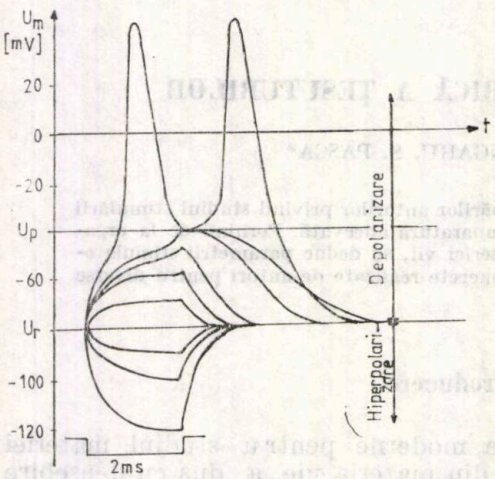


Fig. 1. Variația potențialului membranei celulare sub influența unui impuls de durată constantă, dar de intensitate și polaritate diferite.

Deci, stimulul electric devine excitativ dacă, aplicat fie în celulă, fie în exteriorul ei, îndeplinește condițiile corelate de durată și amplitudine astfel ca depolarizarea celulei să atingă pragul de excitabilitate. Deci, corespunzător amplitudinii impulsului de stimulare, datorită constantei de timp $\tau = RC$ din circuitul echivalent al membranei celulare, aceasta fiind semnificativă în circuitul echivalent al electrozilor, fig. 2 [2], rezultă atingerea potențialului de prag de stimulare față de potențialul de repaus, cînd durata impulsului de stimulare este cel puțin T_0, fig. 3.

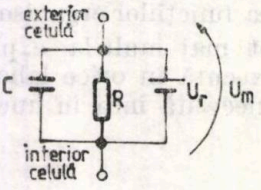


Fig. 2. Circuitul echivalent al membranei celulare valabil pentru celula polarizată în repaus și la aplicarea unui stimul ce depolarizează celula pînă la atingerea pragului de excitație.

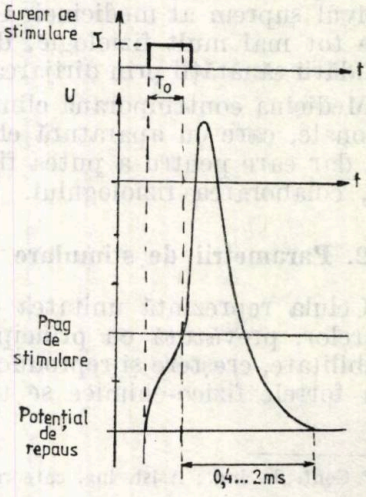


Fig. 3. Durata minimă T_0 a impulsului de stimulare de amplitudine I. ⟶

Din momentul atingerii pragului de stimulare, fenomenele din celulă respectiv din țesutul format de celule, se desfășoară independent de stimul. Forma de undă este numită potențial de acțiune. Durata potențialului de acțiune, în fucție de celulă, este[0,4 ; 2]ms.

La repetarea stimulului excitativ, rezultă un răspuns distinct la noul stimul, cînd celulele țesutului se regăsesc la potențialul de repaus. De aici, rezultă frecvența critică sau frecvența maximă de repetiție a excitației la care țesutul se stimulează.

În realitate, restaurarea potențialului de repaus celular după ce o celulă a fost depolarizată, se realizează de cele mai multe ori cu oscilații în jurul potențialului de repaus. Poate apare astfel, o depolarizare sau/și o hiperpolarizare reziduală. Specific celulelor nervoase, acest postpotențial are o durată [10 ; 1000] ms.

Amplitudinea impulsului de stimulare care determină excitația unui țesut este dependentă de suprafața electrozilor, adică este funcție de densitatea de curent injectat în țesut, care perturbă curenții metabolici, de stabilire a potențialului de repaus, la nivelul fiecărei celule în parte care formează țesutul.

Dacă panta de creștere a curentului injectat ar fi lentă, celulele țesutului se „acomodează", în sensul că se produce o modificare în timp a nivelului pragului de excitabilitate, astfel că depolarizarea produsă de curentul injectat nu mai atinge pragul și deci, nu se mai formează potențialul de acțiune, celula nu se mai excită.

Deci pentru excitarea unui țesut importanță au densitatea de curent, frontul de creștere a impulsului de curent și durata impulsului aplicat.

La fiecare din cei doi electrozi ai perechii ce închid circuitul de curent prin țesut se produc efecte diferite. La electrodul negativ, catodul, se acționează în sensul depolarizării membranei celulare, producînd excitație. Electrodul pozitiv, anodul, mărind numărul de sarcini pozitive pe suprafața externă a membranei, are efect hiperpolarizant. Deci și polaritatea impulsului aplicat între electrozi pe țesut are importanță în stabilirea parametrilor de excitație, creșterea excitabilității producîndu-se la electrodul negativ.

3. Caracteristica de excitabilitate

Caracteristica de excitabilitate a unui țesut reprezintă relația între ampîlitudinea impulsului de stimulare aplicat și durata impulsului care stimulează excitativ țesutul.

Problema excitației membranei celulare a atras în aceeași măsură matematicieni, fizicieni, biologi etc. Formularea matematică pleacă de la sistemul de ecuații diferențiale, considerînd curentul total de ioni prin membrana celulară ca o însumare a curenților formați de diferitele tipuri de ioni ce participă la schimbul între interiorul și exteriorul celulei :

$$I_m = C\frac{\partial U}{\partial t} + \Sigma I_i$$

unde I_m este curentul total prin membrană, C capacitatea membranei, U potențialul de membrană, iar I_i curenții dați de diverși ioni (Na^+, K^+, Cl^-, Ca^{++} etc.)

Modelul este empiric, iar teoria cantitativă bazată pe considerațiile fizicochimice este dezvoltată atît cît să conducă la un calcul de comportare a membranei identic cu rezultatele obținute experimental. Totuși, două probleme teoretice se pun, prioritare față de modelul matematic al teoriei membranei, nerezolvată pînă în prezent. Și anume, care este relația între intensitatea curentului și diferența de potențial la membrana celulară și ce procese sînt responsabile de dependența de timp a acestor relații.

Se poate arăta analitic că la un sistem care prezintă în planul I—U o regiune de conductanță negativă devin posibile fenomene fiziologice semnificative cum ar fi pragul de excitație și activitatea repetitivă. Experimental s-a observat că axonii prezintă în anumite condiții conductanță negativă. Se pot determina și teoretic sub ce condiții poate apare o conductanță negativă [3].

Pentru cazul unui stimul de durată scurtă care produce formarea potențialului de acțiune, mărimea curentului impulsului determină modificarea potențialului de repaus, adică valoarea inițială a lui U. O cantitate minimă de curent·timp trebuie să treacă prin membrană ca potențialul de membrană să se modifice pînă la valoarea de prag. Cînd durata impulsului de curent se micșorează, trebuie mărită amplitudinea curentului pentru ca acțiunea impulsului de curent să rămînă aceeași, de atingere a pragului de excitabilitate.

Notînd cu T_0 durata impulsului de amplitudine I, înseamnă că

$$Q = Q_0 + iT_0$$

Dar $Q = i\,T_0$, rezultă relația de dependență a duratei impulsului de excitare de amplitudinea impulsului :

$$I = \frac{Q_0}{T_0} + i$$

Pentru o durată infinită a impulsului de curent aplicat, impuls treaptă, rezultă :

$$i = I|_{T_0=\infty}$$

ceea ce reprezintă intensitatea liminară a curentului treaptă care produce excitarea țesutului și este numită reobază, R.

Expresia relației între intensitatea curentului unui impuls dreptunghiular și durata sa devine :

$$I = \frac{Q_0}{T_0} + R$$

Durata minimă ce trebuie să o aibă un impuls dreptunghiular de amplitudine I pentru ca țesutul să formeze potențial de acțiune este

$$T_0 = \frac{Q_0}{I - R} = \frac{Q_0}{R}\,\frac{1}{I/R - 1}$$

Un caz particular apare cînd $T_0 = Q_0/R$, adică $I/R - 1 = 1$, deci $I = 2R$. Durata impulsului dreptunghiular de amplitudine $2R$ ce excită țesutul este denumită cronaxie, Cr.

Rezultă caracteristica de excitabilitate a unui țesut

$$I = R(Cr/T_0 + 1)$$

în care apar principalii parametri ai excitabilității țesutului, reobaza R și cronaxia Cr.

Reprezentarea grafică a acestei dependențe dă așa numita curbă intensitate-timp sau caracteristica de excitabilitate a unui țesut, fig. 4.

4. Aplicații

Cum s-a subliniat în paragraful 2, pentru un sistem de electrozi dat, caracteristica de excitabilitate a unui țesut este perfect reproductibilă, dacă stimulatorul este un generator de curent constant.

Perechea de electrozi aplicată pe țesut trebuie să fie izolată galvanic de stimulator pentru a se asigura protecția la electrocutare. Electrozii ar putea fi cuplați optic sau magnetic la generatorul de impulsuri. Fiind generator de curent constant, stimulatorul furnizează nivele mari de tensiune. Deci, electrozii sînt cuplați prin transformator de impulsuri la stimulator.

Din punct de vedere practic, fronturile impulsurilor de stimulare realizabile cu circuite electronice nepretențioase sînt de ordinul microsecundelor, deci neglijabile față de duratele impulsurilor de depolarizare.

Un exemplu de realizare a circuitului de ieșire pentru un stimulator de țesuturi, utilizat atît pentru determinarea parametrilor excitabilității țesutului, dar și pentru terapie și analgezie, este prezentat în fig. 5.

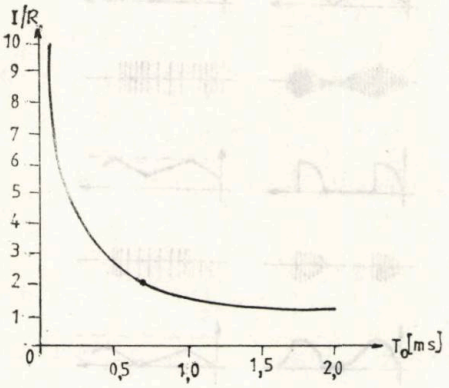


Fig. 4. Caracteristica de excitabilitate a unui nerv: relația între amplitudinea în curent a unui impuls dreptunghiular și durata sa pentru excitarea nervului.

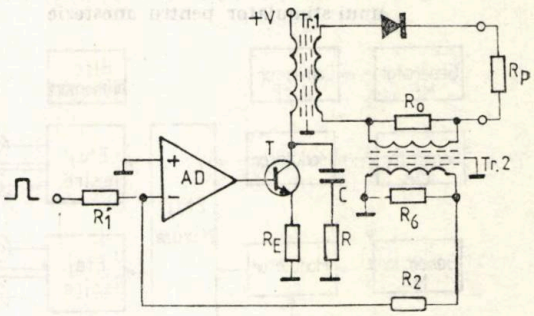


Fig. 5. Amplificator cu ieșire de curent constant pe sarcina R_p.

Generatorul de curent constant pentru sarcina R_p, rezistența echivalentă pacient — electrozi, este realizat cu un amplificator diferențial care comandă un amplificator de curent avînd ca sarcină un transformator ridicător de tensiune. Rezistorul R_0 din circuitul electrozilor de stimulare transformă curentul din sarcină în tensiune, utilizată ca tensiune de reacție în comanda amplificatorului diferențial.

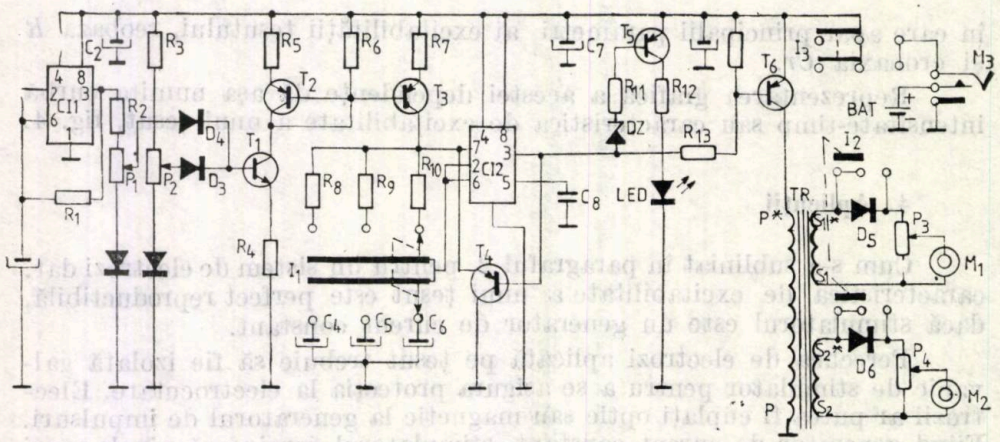


Fig. 6. Stimulator pentru acupunctură, masaj și analgezie.

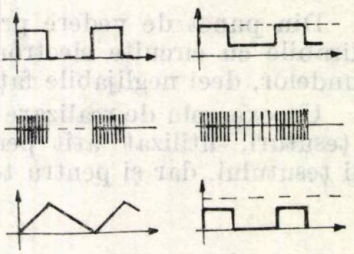
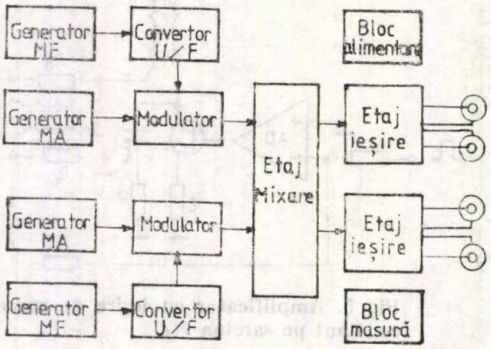
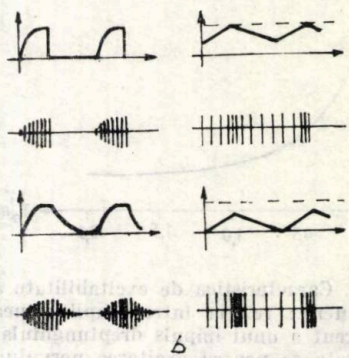


Fig. 7. Schema bloc (a) și forme de undă (b) ale unui stimulator pentru anestezie



a



b

În fig. 6 se dă schema electrică completă a unui stimulator destinat utilizării individuale pentru tratament prin electroacupunctură, electromasaj și pentru stimulare transcutanată. Se obțin la două perechi de electrozi, impulsuri în tren continuu, modulate în amplitudine sau modulate în frecvență, în trei domenii de frecvență.

În aplicații speciale care necesită stimulare excitativă de lungă durată, cum ar fi anestezia pentru intervenții chirurgicale, sînt necesare forme de undă complexe, variabile în timp, pentru a nu produce o adaptare a țesuturilor la stimulii electrici injectați. Astfel de stimuli se obțin cu generatorul a cărui schemă bloc este dată în fig. 7.

În urma anesteziei prin electroacupunctură cu acest stimulator, chirurgul poate opera 4—5 ore, chiar pe cord deschis. Un alt avantaj al anesteziei prin electroacupunctură este evoluția postoperatorie a pacientului, funcțiile organice se normalizează rapid, nemaifiind intoxicate cu substanțe chimice. Mai mult, s-au putut salva viețile celor care nu ar fi putut fi operați din simpul motiv că nu puteau fi anesteziați fără riscul de a muri din cauza alergiilor la diferite substanțe chimice.

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Cartianu, Rodica Strungaru*, Membrane control of nervous information transmission,3rd International Symposium on Control Systems and Computer Science, Bucharest Juni 1979, 950—959.
2. *B. Katz*, Nerv, Muskel und Synapse, Georg Thieme Verlag, Stuttgart, 1971.
3. *V. Cătuneanu, Rodica Strungaru, S. Pașca*, Blocarea nespecifică a semnalelor nervoase, Probleme de microelectronică, automatizări, informatică și comunicații, Editura Academiei RSR, nr. 14, 1986.

Tissue Electrical Stimulation

This paper represents a synthesis of the authors' activity concerning the study of the electrical stimulation of the tissues and the designing of proper devices. The parameters of these devices are derived from the structural and functional organisation of the living beings. Finally some concrete examples achieved by the authors for medical practice purposes are shown.

C.Z.: 625.42 : 621 : 337

INVESTIGATION OF TRACK CIRCUITS UNDER NORMAL AND SHUNT CONDITIONS, MEANT FOR UNDERGROUND RAILWAYS

O. IANCU, L. PASCU *

The paper deals with the equivalent diagrams and with the relations of the transfer admittances under normal and shunt conditions for the track circuits used by the Underground Railway Enterprise of Bucharest. The digital computer-aided modellations of the two operating conditions lead to adequate conclusions with respect to the values taken by the transfer functions and to their variation dynamics.

1. General View

Trak circuits are the imput transducers of the facilities which are controlling and monitoring vehicle circulation in the Underground Railways of Bucharest; these transducers are mainly supplying binary information on the occupying state of a line section, electrically separated from the remaining part. In order to meet this requirement, the track circuit consist of an Em transmitter which is generating the control signal i_c (figure 1), signal which is received at the oposed side at a quite sufficient amplitude by the Rec receiver, unless the controlled section is occupied by a vehicle (normal operation). The presence of a vehicle cuts down — through its shunt — the signal amplitude which is correspondingly signalled by the receiver (shunt condition).

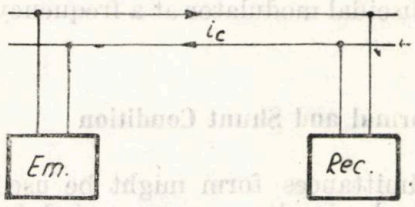


Fig. 1 — General diagram of a track circuit under a normal condition, the no-joint line

The characteristic features of the Underground Railways of Bucharest, which determine the circuits structure and operation are the following:

— DC electric traction, current obtaiend by hexaphase rectifications of the 50 Hz network voltage within substations;

— traction current high values (about 4500 A, at voltage of 800 V — at starting-up);

— parallel utilization of the two rails as a feeder meant for traction current coming back to the substation:

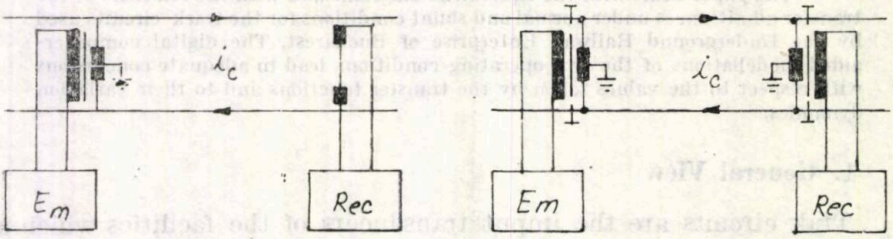
* Lecturer D. Sc., Dept. of Technology in Electronics and Microclectronics; Senior research eng. D. Sc., ICEMENERG Bucharest

— much electric noise at the receiver inlet due to the unbalance occured between the traction currents within the two rails and also to their high values;

— traffic of high values (a minimum tracking interval between two vehicles 90 s) at high speeds, under underground conditions [2];

— a relatively reduced value of the controlled section (about 400 m) [1, 2, 6];

All the above mentioned features are promoting the utilization of welded rails, therefore of some track circuits where the transmitter is coupled to the line by the transformer and where the receiver is differentially inductively coupled (figure 2a). In railway stations and particularly in the railway switchgear areas, insulation electric joints are used — a situation in which both the transmitter, as well as the receiver are connected to the line by means of the transformer (figure 2 b).



a

Fig. 2 — Line connection of the track circuit transmitter and receiver: a — no joint line (welded line) b — jointed line

The control signal of a sinusoidal form at frequencies of the kilohertz order is 100% modulated with a sinusoidal modulator at a frequency in the range of 10 ... 20 Hz [2, 3,4].

2. Transfer Functions under the Normal and Shunt Condition

Some transfer functions of the admittances form might be used for the investigation of underground track circuits — as suggested by the transmitter and receiver connected to the line (figure 2). The equivalent electric circuit including both elements provided with distributed constants (line), as well as elements provided with concentrated constants (transmitter, receiver, shunt) are analysed in the following simplifying assumptions [5, 6, 7];

— the rail-rail line capacity has got a negligible effect at operating frequencies;

— the receiver influence upon the line is negligible for the no-joint circuits due to the weak connection between the line and the receiving coil;

— the line is balanced, the equivalent electric circuit being a quadripole.

Under these assumptions, figure 3 shows an equivalent electric circuit under a normal condition, from which the following relations result for the transfer functions [6]:

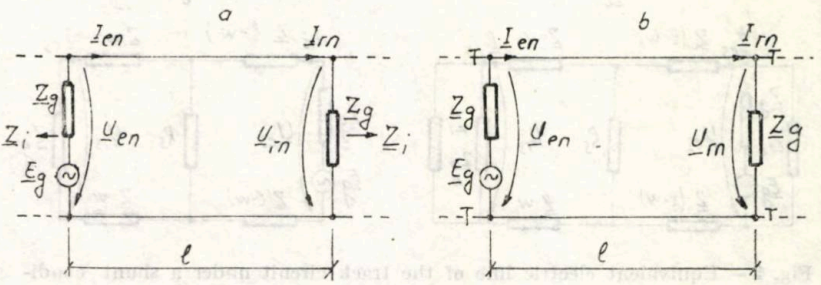


Fig.3 : Equivalent electric diagram of the track circuit under a normal condition : a — no-joint line b — jointed line

$$F_n = |\underline{Y}_{tr}| = \left|\frac{\underline{I}_{rn}}{\underline{E}_g}\right| =$$

$$= \left| \frac{\underline{Z}_g \underline{Z}_i}{2\underline{Z}_g^2 \underline{Z}_i \operatorname{ch} \underline{\gamma} l + \left[[\underline{Z}_g \underline{Z}_0 (\underline{Z}_g + \underline{Z}_i) + \dfrac{\underline{Z}_g^3 \underline{Z}_i^2}{\underline{Z}_0 (\underline{Z}_g + \underline{Z}_i)} \right] \operatorname{sh} \underline{\gamma} l} \right| \quad (1)$$

for the no-joint line and

$$F'_n = \left| \frac{1}{2\underline{Z}_g \operatorname{ch} \underline{\gamma} l + \left(\underline{Z}_0 + \dfrac{\underline{Z}_g^2}{\underline{Z}_0} \right) \operatorname{sh} \underline{\gamma} l} \right| \quad (2)$$

for the jointed line, where :

$\underline{Z}_0$ — line characteristic impedance ;

$\underline{\gamma}$ — line propagation constant ;

$\underline{Z}_g$ — internal equivalent impedance of the track circuit transmitter ;

$\underline{Z}_i$ — input impedance into a line section under a normal condition ;

l — length of the line section controlled by the track circuit.

Relations 1 and 2 show that the transfer function in normal conditions depends on parameters and on line length, on frequency and internal equivalent impedance of the track circuit transmitter. The critical value of the cross resistence (ballast resistence) corresponds to the minimal value of the variation range ; the safe operation of the track circuit in a normal condition is dependant on this value.

Unlike the normal condition, in the shunt condition the critical value of the ballast resistence is the maximal one since for this maximal value the control signal has got the peak amplitude at the receiver.

An adequate computation in the shunt condition may be accomplished for the ballast resistence tending towards infinite ; in this case the lines changes into an electric circuit provided with concentrated

constants. The equivalent electric diagrams are shown in figure 4; the relations of the transfer functions in shunt conditions are the following [6]

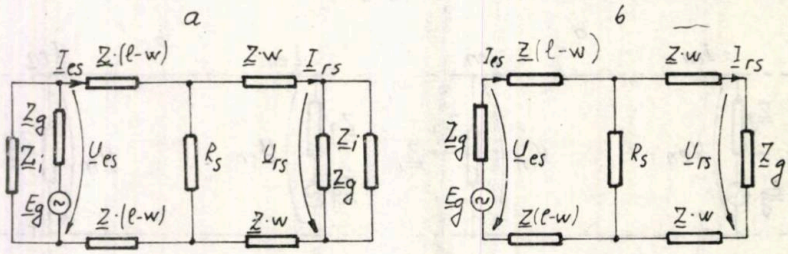


Fig. 4 — Equivalent electric line of the track circuit under a shunt condition : a — no-joint line b — jointed line

$$F_s = |\underline{Y}_s| = \left|\frac{\underline{I}_{rs}}{\underline{E}_g}\right| =$$

$$= \left| \frac{R_s}{2\underline{Z}_g(R_s + \underline{Z}l) + 2\underline{Z}_g\underline{Z}\,\dfrac{[R_s l + 2\underline{Z}(\underline{w}l - w^2)](\underline{Z}_g + \underline{Z}_{i\infty})}{\underline{Z}_g\underline{Z}_{i\infty}} + \dfrac{Z_g^2\underline{Z}_{i\infty}}{\underline{Z}_g + \underline{Z}_{i\infty}}} \right| \tag{3}$$

for the no-joint line, and

$$F'_s = \left| \frac{R_s}{2\underline{Z}_g(R_s + \underline{Z}l) + [2\underline{Z}\,R_s\,l + 4\underline{Z}^2(\underline{w}l - \underline{w}^2)] + \underline{Z}_g^2} \right| \tag{4}$$

for the jointed line, where :

$\underline{Z}$ — longitudinal line impedance of the rails;

$\underline{Z}_{i\infty}$ — inlet impedance into a line sector for the ballast resistence tending towards infinite;

R_s — shunt resistence equivalent to the vehicle;

w — distance between the shunt equivalent to the vehicle and the receiving end of the track circuit

Relations 3 and 4 point out that the transfer function under shunt condition depends both on the parameters and on line length, frequency, internal equivalent impedance of the track circuit transmitter (similarly to the normal condition), as well as on the shunt position and value.

3. Digital applications

Relations 1 ... 4 enable the modellation of the track circuit operating conditions [5, 6] on a digital computer. The investigation of the transfer function theoretical variations at variations recorded by the ballast resistence R_B, by track circuit length l, by the control signal frequency and by the shunt position w, could be performed. The primary data made use of have been the following :

— line parameters of the 49 type rail depending on the control signal frequency [5]

— carrier frequency of the control signal 1575 Hz, 2375 Hz, 3525 Hz, 5325 Hz;

— track circuit length 100 m, 200 m, 300 m, 400 m, 500 m;

— internal equivalent impedace of the track circuit transmitter, impedance which has got — depending on frequency — the usual values recorded at the Underground Entreprise of Bucharest [6];

— value of the shunt resistence $R_s = 0.2\ \Omega$.

For the normal condition, the ballast resistence has been considered as a variable element (within the range 1 Ω km ... 92 Ω km) having as parameters the track circuit and the control signal frequency. For the shunt condition the position w of the shunt has been considered as the variable element and the track circuit length and the control signal frequency have been considered as parameters.

The results devised for the extreme values of the track circuit length and of the control signal frequency are graphically plotted in figures 5 and 6.

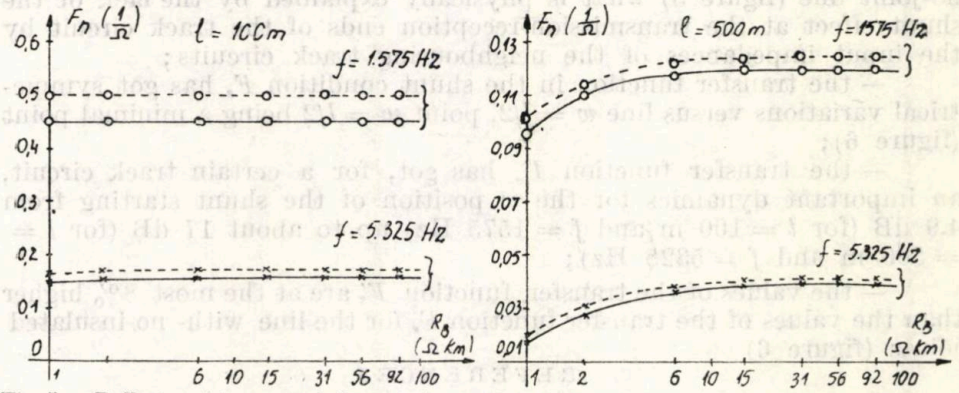


Fig. 5 — Ballast resistence variation of the track circuit transfer function under a normal condition : a — $l = 100$ m b — $l = 500$ m(continuous line : the no joint circuit ; dotted line : circuit with insulated joints)

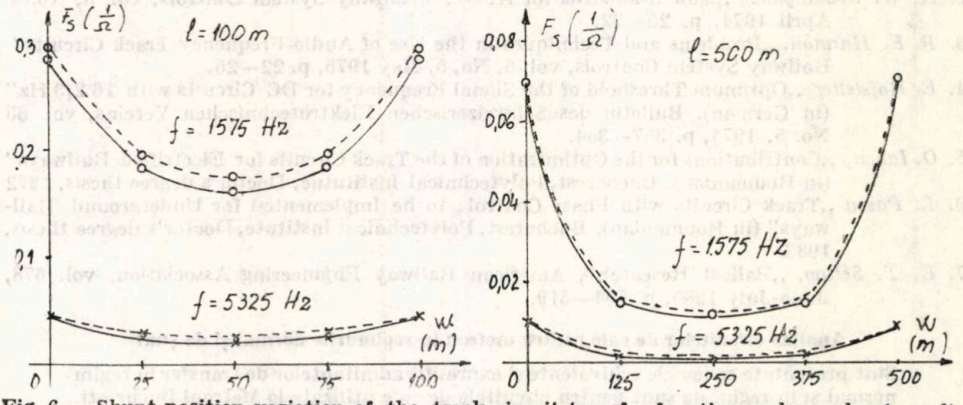


Fig. 6 — Shunt position variation of the track circuit transfer function under a shunt condition : a — $l = 100$ m b — $l = 500$ m (contiunous line for the no joint circuit ; dotted line for the circuit with insulated joints)

Conclusions

Out of the accomplished investigation, the following are worth mentioning :

— the transfer function in a normal condition F_n of the no-joint track circuit has got a dynamics at the ballast resistence variation all the more so the length and frequency are higher, oscillating from 0.09 dB for $l = 100$ m and $f = 1575$ Hz up to 6.5 dB for $l = 500$ m and $f = 5325$ Hz (figure 5);

— a track circuit with a given length and frequency has got the transfer function F_n, monotonously increasing with the ballast resistence, what is phisically explained by decreasing the shunt performed by the cross resistence (figure 5); transfer function variation is more rapid at larger values of length at low values of the ballast ($R_B < 15$ Ω km) for large values of the ballast resistence the variation of the transfer function remains practically constant;

— the transfer function F'_n for the line provided with insulated joints has got values 10% higher than the transfer function F_n of the no-joint line (figure 5) what is physically explained by the lack of the shunt effect at the transmission-reception ends of the track circuit by the input impedances of the neighbouring track circuits;

— the transfer function in the shunt condition F_s has got symmetrical variations versus line $w = l/2$, point $w = l/2$ being a minimal point (figure 6);

— the transfer function F_s has got, for a certain track circuit, an important dynamics for the w position of the shunt starting from 4.9 dB (for $l = 100$ m and $f = 1575$ Hz) up to about 17 dB (for $l = 500$ m and $f = 5325$ Hz);

— the values of the transfer function F'_s are at the most 8% higher than the values of the transfer function F_s for the line with- no-insulated joints (figure 6)

REFERENCES

1. *A.M. Brileev*, ,,Track Circuits of the Control Facilities for the Free Current Patch" (in Russian). Avtomatika Telemehanika Sviaz, vol. 20, No. 8, August 1976, p. 5—8
2. *K. W. Frielinghaus* ,,New Standards for AFO". Railway System Controls, vol. 5, No. 4 April 1974, p. 25—32.
3. *R. E. Harmon*, ,,Problems and Techniques in the Use of Audio Frequency Track Circuits". Railway System Controls, vol. 6, No, 5, May 1975, p. 22—25.
4. *E. Hofstetter*, ,,Optimum Threshold of the Signal Frequency for DC Circuits with 16 2/3 Hz" (in German). Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, vol. 65 No. 5, 1974, p. 357—364.
5. *O. Iancu*, ,,Contributions for the Optimization of the Track Circuits for Electrified Railways" (in Roumanian). Bucharest, Polytechnical Institutue, Doctor's degree thesis, 1972
6. *L. Pascu* ,,Track Circuits with Phase Control; to be Implemented for Underground Railways" (in Roumanian), Bucharest, Polytechnical Institute, Doctor's degree thesis, 1983.
7. *E. T. Seling*, ,,Ballast Research", American Railway Engineering Association, vol. 678, June-July 1980, p. 504—519.

Analiza circuitelor de cale pentru metrou în regimurile normal şi de şunt

Sînt prezentate schemele echivalente şi expresiile admitanţelor de transfer în regim normal şi în regim de şunt pentru circuitele de cale utilizate la Metroul Bucureşti. Modelarea pe un calculator numeric a celor două regimuri de funcţionare permite concluzii privind valorile funcţiilor de transfer şi dinamica variaţiei acestora.

C.Z.: 621.396.623
534.87
534.86

THREE-WAY LOUDSPEAKER CROSS-OVER NETWORKS

D. STANOMIR *

In the paper the desing of three-way loudspeaker cross-over networks is discussed Special attention is paid to the middle-frequency channel for which a new method of design is presented. Finally, an example is given.

1. Introduction. The Aim of the Paper

For the transmission of acoustic signals, such as speech or music, in most situations two or more loudspeakers must be used. For a high quality reproduction a three way acoustic system is used : the first channel for low frequencies, the second for intermediate ones and the last for high frequencies. The choice of separating frequencies is discussed in [2]. The feeding of the three channels are performed through the so called cross-over networks which will be discussed in the sequel. The requirements that these networks need meet are also discussed in [2].

In the paper a standard scheme, given in Fig. 1, will be discussed. Channels I (low-pass filter) and III (high-pass filter) will be briefly described. The analysis will be focussed on the design of the channel II (band-pase filzer).

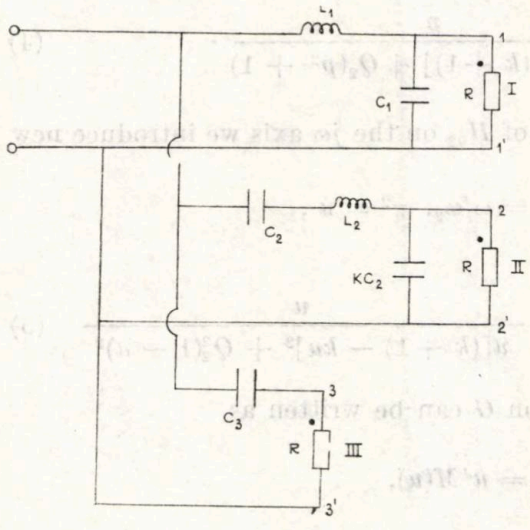


Fig. 1

The Design of the Channels I and III

The channel I is a low-pass filter of the second order. The relations which allow to design its parameters are

$$\omega_1^2 = \frac{1}{L_1 C_1}, \quad Q_1 = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L_1}{C_1}}. \tag{1}$$

In (1) R represents the resistance of the low-pass louspeaker. It is assumed that the three loudspeakers (low-pass, band-pass and highpass) have the same resistance denoted by R. The first separating

* Associate Prof. Ph. D., Chair of Radiocommunications

frequency ω_1 is the cutoff frequency of the filter.Taking $Q_1 = \sqrt{2}$ a Butterworth transfer function is obtained. The modulus of this transfer function has a fall of 12 dB per an octave.

The channel III is a high-pass filter of the first order for which the design relation is

$$\omega_3 = \frac{1}{RC_3}, \tag{2}$$

where ω_3 is the cutoff frequency of the filter. The modulus of this transfer function has a fall 6 dB per octave. The repartition of the power into the three bands is discussed in [2].

The Analysis of the Band-Pass Channel

The scheme respresents a band-pass filter with three unnkowns L_2, C_2 and k (a positive real quantity). The reference frequency of the channel, denoted by ω_2, and the load resistance R are considered as given quantities. We introduce the notations

$$\omega_2^2 = \frac{1}{L_2C_2}, \quad Q_2 = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L_2}{C_2}}. \tag{3}$$

By use of the notations given in (3) the voltage transfer function from the port O (the input) to the port II (band-pas loudspeaker) can be expressed as

$$H_{02}(p) = \frac{p}{p[kp^2 + (k+1)] + Q_2(p^2+1)}. \tag{4}$$

For expressing the modulus of H_{02} on the $j\omega$ axis we introduce new variables by

$$p = j\gamma, \quad \gamma = \omega/\omega_2, \quad \gamma^2 = u,$$

and get

$$|H_{02}(j\omega)|^2 = G(u;\ k,\ Q_2) = \frac{u}{u[(k+1) - ku]^2 + Q_2^2(1-u)^2} \tag{5}$$

We remark that the function G can be written as

$$G(u) = u/M(u),$$

where

$$M(u) = a_0u^3 + a_1u^2 + a_2u + a_3,$$

with

$$a_0 = k^2, \quad a_1 = Q^2 - 2k(k+1), \tag{6}$$
$$a_2 = (k+1)^2 - 2Q_2^2, \quad a_3 = Q_2^2.$$

Actually, G represents a family of functions of the variable u and depending on two parameters, k and Q_2. We remark that the family has a fixed point which is $u = 1$, i.e.

$$G(1, \ k, \ Q_2) = 1. \tag{7}$$

Taking into account that G vanishes at $u = 0$ and $u = \infty$, it is expected that maxima larger than one are to be found. In order to find the abscissa of the maximum we take the derivative of G and equal it to zero. We get

$$G'_u = 0, \quad M(u) - uM'_u = 0,$$

which leads to the equation

$$P(u; \ k, \ Q_2) = -2a_0u^3 - a_1u^2 + a_3 = 0. \tag{8}$$

Equation (8) can be also be written

$$Q_2^2(1 - u^2) = 2ku^2[ku - (k+1)], \tag{9}$$

which shows that if the maximum abscissa u_M is known the quality factor Q_2 can be obtained, and inversely, for a given quality factor Q_2, the maximum abscissa can be calculated. In both situations the coefficient k is taken as a fixed quantity.

The analysis of the family given by (9) shows that the maximum abscissa u_M is (apart of an additive constant) inversely proportional to the magnitude of k. Therefore it results that in order to obtain relatively wide bandpass one must use for k magnitudes smaller than one.

Now, we can pass to the synthesis of this network. To this end we introduce the expression for Q_2, given by (9), into the function $G(u)$ and obtain a new function

$$N(u; \ k) = G(u; \ k, \ Q_2)\Big|_{P=0}$$

given by

$$N(u; \ k) = \frac{u|+1}{c_0u^3 + c_1u^2 + c_2u + c_3}, \tag{10}$$

Where

$$c_0 = -k, \ c_2 = -(3k-1)(k+1),$$
$$c_1 = 3k^2, \ c_3 = (k+1)^2.$$

Actually, the function N represents the envelope of the maxima; of course it depends on the mgnitude of k.

Now, we impose the condition that the maximum be of 1 decibel over the level at $u = 1$:

$$\widetilde{N}(u;\ k) = 10^{0.1} = 1.2583,$$

from which we get the equation

$$N(u;\ k) = d_0u^3 + d_1u^2 + d_2u + d_3 = 0, \tag{11}$$

where

$$d_0 = c_0,\ d_1 = c_1,\ d_2 = c_2 - 0.79433,\ d_3 = c_3 - 0.79433.$$

The equation (11) taken as an equation in u and with k as parameter gives the abscissa of the maximum u_M. Therefore taking a fixed k we can obtain the root u_M. It can be verified that (11) has only one root in the domain $u > 0$ for every k positive. We have solved the equation (11) for the following values of k

$$k = 1;\ 0.9;\ 0.8;\ 0.7;\ 0.6;\ 0.5;\ 0.4;\ 0.3;\ 0.2.$$

Having at our disposal the magnitude of u_M we can calculate the value of Q_2.

At this stage the elements of the network are defined through:

— the value of the reference frequency ω_2;

— the value of k;

— the value of Q_2;

— the value of R.

The influence of the value of the parameter k is not very clear from the analysis so far presented. To get more information we take into account that for a fixed k we can determine the values of u for which G has a fall of 3 dB. We denote these values by u_1 and u_2. It is clear that we have

$$u_1 < 1 < u_M < u_2.$$

The equation giving the two solutions u_1 and u_2 results from the equality

$$G(u;\ k,\ Q_2) = 0.5$$

and reads as follows

$$R(u;\ k,\ Q_2) = e_0u^3 + e_1u^2 + e_2u + e_3, \tag{12}$$

where

$$e_0 = a_0,\ e_1 = a_1,\ e_2 = a_2 - 2,\ e_3 = a_3.$$

One can verify that the equation (12) has exactly two real roots for every k positive and these roots are ordered as above.

It is clear that the modulus of the transfer function has a fall of 6 dB per octave for lower frequencies and of 12 dB per octave for higher frequencies.

4. An example

We consider a cross-over network. We take $k = 0.4$ and $f_2 = 1000$ Hz. For the chosen value of we have

$$u_M = 1.62605, \quad \gamma_M = \sqrt{u_M} = 1.27517, \quad u_1 = 0.48061$$

$$Q_2 = 0.98205, \qquad \gamma_1 = \sqrt{u_1} = 0.63326,$$

$$u_2 = 3.79582, \quad \gamma_2 = \sqrt{u_2} = 1.94829, \qquad \gamma_2/\gamma_1 = 2.81033$$

Further we choose $f_1 = 400$ Hz and $f_3 = 4000$ Hz.

By use of the formulae derived in the paper we get the following values :

$$L_1 = 2.25079.10^{-3} \text{ H}; \quad C_1 = 7.03372.10^{-5} \text{ F},$$

$$L_2 = 6.25192.10^{-4} \text{ H}; \quad C_2 = 4.05160.10^{-5} \text{ F},$$

$$C_3 = 9.94718.10^{-6} \text{ F}.$$

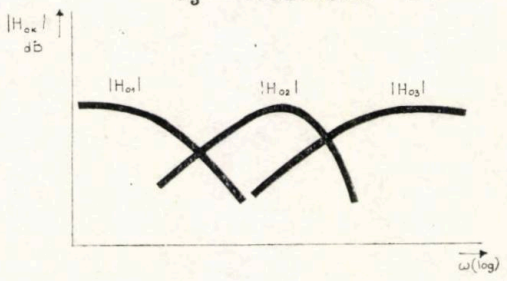


Fig. 2

In Fig. 2 the diagrams of the moduli $|H_{01}|$, $|H_{02}|$, and $|H_{03}|$ are sketched in order to get an idea of how the audio spectrum is covered by the cross-over networks.

REFERENCES

1. *Gh. Cartianu, M. Săvescu, I. Constantin, D. Stanomir*, Signals, Circuits and Systems (in Roumanian). Bucharest- Didactical and Pedagogical Publishing House, 1980.
2. *D. Stanomir*, Electroacoustics. (in Roumanian), Bucharest, Didactical and Pedagogical Publishing House, 1969.

Filtre electrice de separare pentru difuzare

În lucrare este prezentată metoda de proiectare a filtrelor electrice de separare pentru alimentarea canalelor agregatelor acustice cu trei canale. Este prezentată o teorie originală de proiectare a filtrului trece-bandă care asigură în total o neuniformitate de 4 decibeli față de nivelul la frecvența de referință.

It is clear that the modulus of the transfer function has a fall of 6 dB per octave for lower frequencies and of 12 dB per octave for higher frequencies.

4. An example

We consider a cross-over network. We take $\beta = 0.4$ and $f_2 = 1000$ Hz. For the chosen value of we have

$$u_{\beta} = 1.62605, \quad \gamma_{\beta} = \sqrt{u_{\beta}} = 1.27517, \quad u_1 = 0.48061$$

$$Q_2 = 0.98205, \quad \gamma_1 = \sqrt{u_1} = 0.63326,$$

$$u_2 = 3.79582, \quad \gamma_2 = \sqrt{u_2} = 1.94829, \quad \gamma_2/\gamma_1 = 2.81033$$

Further we choose $f_1 = 400$ Hz and $f_2 = 1000$ Hz.

By use of the formulae derived in the paper we get the following values:

$$L_1 = 2.25079.10^{-3}\ \mathrm{H}; \quad C_1 = 7.03372.10^{-6}\ \mathrm{F},$$

$$L_2 = 6.25192.10^{-4}\ \mathrm{H}; \quad C_2 = 4.05160.10^{-5}\ \mathrm{F},$$

$$C_3 = 9.04718.10^{-6}\ \mathrm{F}.$$

Fig. 2

In Fig. 2 the diagrams of the moduli $|H_{01}|$, $|H_{02}|$, and $|H_{03}|$ are sketched in order to get an idea of how the audio spectrum is covered by the cross-over networks.

REFERENCES

1. Gh. Cartianu, M. Sdoescu, I. Constantin, D. Stanomir, Signals, Circuits and Systems (in Roumanian), Bucharest, Didactical and Pedagogical Publishing House, 1980.
2. D. Stanomir, Electroacoustics (in Roumanian), Bucharest, Didactical and Pedagogical Publishing House, 1980.

Filtre electrice de separare pentru difuzare

În lucrare este prezentată metoda de proiectare a filtrelor electrice de separare pentru alimentarea canalelor agregatelor acustice cu trei canale. Este prezentată o teorie originală de proiectare a filtrului trece-bandă care asigură în total o neuniformitate de 4 decilieli tată de nivelul la frecvența de referință.

C.Z.: 681.327.8 : 621.395

EFECTUL DISTORSIUNILOR LA TRANSMISIA DE DATE PRIN RADIOTELEFON

I. CONSTANTIN*

Se consideră transmisia de date prin radiotelefon utilizînd o subpurtătoare modulată cu deplasare de frecvență. Se determină efectul distorsiunilor lanțului de radiofrecvență asupra semnalului de date.

1. Generalități

Transmisia de date prin radiotelefon permite creșterea eficienței utilizării acestuia, datorată redundanței reduse a mesajului de date în raport cu comunicația în fonie. De asemenea prin sisteme sincronizate de alocare cu diviziune în timp, este posibilă culegerea de informații de la mai multe obiective folosind un număr minim de canale radio.

Un colectiv din Institutul Politehnic București, Facultatea de electronică și tc., Catedra radiocomunicații, telefonie și transmisiuni de date, elaborînd un sistem automatizat de dispecerizare a transportului în comun [1], [2] a utilizat transmisia de date prin radiotelefon pentru culegerea de informații de la autovehicule.

Procedeul utilizat constă în modularea cu deplasare de frecvență (FSK) a unei subpurtătoare din domeniul audiofrecvență. Acest semnal complex este folosit ca semnal modulator pentru emițătorul radiotelefonului. După demodulatorul receptorului din radiotelefon semnalul complex este prelucrat pentru extragerea datelor. Circuitele de prelucrare la recepție sînt constituite dintr-un filtru trece bandă, demodulatorul FSK și circuitele de formare a datelor.

Se constată experimental că la ieșirea demodulatorului radiotelefonului semnalul complex prezintă distorsiuni în cazul recepționării mesajelor de la unele echipamente. Cauzele sînt în principal două: depășirea deviației de frecvență la reglajul radiotelefonului care în cazul transmisiunilor de date trebuie să fie de 3,5 kHz în raport cu 5 kHz în cazul transmisiei în fonie și fuga relativă a frecvențelor de emisie și recepție care poate ajunge la maximum 2 kHz pentru radiotelefoanele din gama 4 MF.

În cele ce urmează se vor analiza efectele acestor distorsiuni.

---

* Conf. dr. ing., catedra Radiocomunicații telefonie și transmisiuni de date

2. Distorsiuni introduse de canalul de transmisiune

Se consideră succesiunea de date $\{a_k\}$, $a_k \in \{0,1\}$, $k \in \mathbb{Z}$ şi semnalul asociat

$$f(t) = \sum_k (2a_k - 1)\, p(t - kT) \tag{1}$$

unde

$$p(t) = \sigma(t) - \sigma(t - T) \tag{2}$$

iar T este durata bitului, $\sigma(t)$ fiind funcţia salt treaptă unitate.

Semnalul complex cu care se face modularea în frecvenţă a radiotelefonului este

$$m(t) = \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int^t f(\theta)\mathrm{d}\theta\right) \tag{3}$$

unde :

$f_0 = \omega_0/2\pi$ este frecvenţa subpurtătoare ;

$\Delta f = \Delta\omega/2\pi$ — deviaţia de frecvenţă a semnalului FSK.

Din condiţii de folosire optimă a spectrului se alege $2\Delta f T = 2/3$.

Semnalul recepţionat de radiotelefon, după schimbarea de frecvenţă poate fi scris

$$u(t) = U_0 \cos\left[(\omega_i + \Delta\omega_i)t + \Delta\Omega \int^t m(\theta)\mathrm{d}\theta\right] \tag{4}$$

în care :

$f_i = \omega_i/2\pi$ este frecvenţa intermediară a radioreceptorului ;

$\Delta F = \Delta\Omega/2\,\pi$ — deviaţia de frecvenţă a transmisiei prin radiotelefon ;

$\Delta f_i = \Delta\omega_i/2\pi$ — abaterea relativă a frecvenţelor de emisie şi recepţie.

Semnalul la ieşirea amplificatorului de frecvenţă intermediară, poate fi scris conform metodei cvasistaţionare

$$u_e(t) = U_e(t) \cos\left[(\omega_i + \Delta\omega_i)\, t + \Delta\Omega \int^t m(\theta)d\theta + \right.$$

$$\left. + \psi(\omega_i + \Delta\omega_i + \Delta\Omega m(t))\right] \tag{5}$$

în care $\psi(\omega)$ este argumentul funcţiei de transfer.

După limitatorul și demodulatorul radiotelefonului semnalul este

$$\omega_{re}(t) = \Delta\Omega m(t) + \Delta\Omega m'(t)\left[\psi'(\omega_i + \Delta\omega_i) + \frac{\Delta\Omega m(t)}{1!}\psi''(\omega_i + \Delta\omega_i) + \right.$$

$$\left. + \frac{\Delta\Omega^2 m^2(t)}{2!}\Omega_i\psi''(\omega_i + \Delta\omega_i) + \ldots\right] \tag{6}$$

Dat fiind dificultățile tratării analitice în cazul filtrului real al radiotelefonului se adoptă ca model un amplificator cu trei etaje identice cu circuite acordate derivație avînd aceeași lărgime de bandă la o atenuare cu 6 dB cu cea a filtrului cu curaț (13 kHz). Cu notația

$$x = \frac{2(f - f_i)}{B} \tag{7}$$

unde B este lărgimea benzii la o atenuare cu 3 dB pentru un etaj, factorul de transfer al amplificatorului poate fi scris

$$H(\omega) = \frac{H_0}{(1 + jx)^3} \tag{8}$$

și rezultă $B = 17$ kHz.

Semnalul (6) poate fi rescris sub o formă convenabilă

$$\omega_{re}(t) = \Delta\Omega\cos(\omega_0 t + \Delta\omega\int^t f(\theta)d\theta) + \Delta\Omega\alpha\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}f(t)\right)\cdot$$

$$\cdot\sin(\omega_0 t + \Delta\omega\int^t f(\theta)d\theta) + \Delta\Omega\beta\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}f(t)\right)\sin\left(2\omega_0 t + 2\Delta\omega\int^t f(\theta)d\theta\right) +$$

$$+ \Delta\Omega\gamma\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}f(t)\right)\sin\left(3\omega_0 t + 3\Delta\omega\int^t f(\theta)d\theta\right) \tag{9}$$

Cu notația

$$x_i = \frac{2\Delta f_i}{B} \tag{10}$$

expresiile coeficienților α, β și γ sînt date în tabelul 1 împreună cu evaluarea lor pentru $f_0 = 1{,}2$ kHz, $\Delta f_i = 0$ și $\Delta f_i = 2$ kHz respectiv $\Delta F = 3{,}5$ kHz și $\Delta F = 5$ kHz.

Tabelul 1

F(kHz)	—	3,5	5	3,5	5
f_i(kHz)	—	0	0	2	2
α	$\frac{6f_0}{B}\frac{1}{1+x_1^2}$	0,42	0,42	0,40	0,40
β	$\frac{12f_0\Delta F}{B^2}\frac{1}{(1+x_i^2)^2}$	0	0	0,036	0,053
γ	$\frac{6f_0\Delta F^2}{B^3}\frac{1-3x_i^2}{(1+x_i^2x)^3}$	0,018	0,037	0,013	0,026

Ca o primă observație se remarcă distorsiuni neliniare mici, de valoare cel mult 5% pentru armonica a 2^a și apariția unor distorsiuni liniare apreciabile reprezentate de al doilea termen din relația (9).

3. Filtrarea semnalului FSK

Filtrul trece bandă situat înaintea demodulatorului FSK elimină practic ultimii doi termeni din expresia semnalului (9). Efectul filtrului asupra primilor doi termeni ai semnalului reprezentat de relația (9) poate fi determinat procedînd la constituirea sistemului cu funcția de transfer

$$H_1(\omega) = 1 - j\omega\frac{\alpha}{\omega_0} \tag{11}$$

care avînd la intrare semnalul

$$u_1(t) = \Delta\Omega\cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega\int^t f(\theta)d\theta\right) \tag{12}$$

produce la ieșire semnalul

$$u_2(t) = \Delta\Omega\cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega\int^t f(\theta)d\theta\right) +$$

$$+ \Delta\Omega\alpha\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}f(t)\right)\sin\left(\omega_0 t + \Delta\omega\int^t f(\theta)d\theta\right) \tag{13}$$

Semnalul $u_2(t)$ este aplicat filtrului trece bandă. Se poate deci considera că semnalul $u_1(t)$ parcurge sistemul cu funcția de transfer (11) în cascadă cu filtrul trece bandă.

Dat fiind faptul că aceste două sisteme sînt liniare se poate considera că semnalul la ieşire este acelaşi dacă semnalul $u_1(t)$ parcurge mai întîi filtrul trece bandă şi apoi sistemul cu funcţia de transfer (11). În acest caz la ieşirea filtrului trece bandă semnalul va fi

$$u_3(t) = \Delta\Omega \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int^{t} \tilde{f}(\theta) d\theta\right) \tag{14}$$

în care $\tilde{f}(t)$ poate fi considerat răspunsul echivalentului de joasă frecvenţă al filtrului trece bandă la semnalul aplicat $f(t)$ [3] [4]. După sistemul cu funcţia de transfer $H_1(\omega)$ se obţine

$$u_0(t) = \Delta\Omega \cos\left(\omega_0 + \Delta\omega \int^{t} \tilde{f}(\theta)\ \theta\right) + \Delta\Omega\alpha \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \tilde{f}(t)\right) \cdot$$

$$\cdot \sin\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int^{t} \tilde{f}(\theta) d\theta\right) \tag{15}$$

4. Demodularea semnalului FSK

Schema de principiu a demodulatorului FSK este reprezentată în figura 1. Circuitul de defazare cu $\pi/2$ şi timp de întîrziere de grup t_0

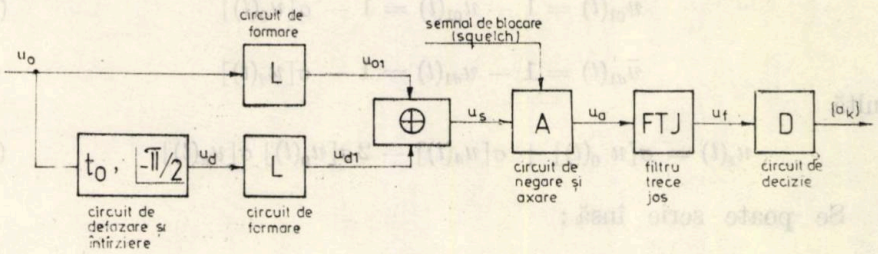


Fig. 1 — Demodulatorul FSK

furnizează la ieşirea sa semnalul

$$u_d(t) = \Delta\Omega \sin\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int^{t-t_0} \tilde{f}(\theta)\, d\theta\right) - \Delta\Omega\alpha_0 \left[1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \tilde{f}(t - t_0)\right]$$

$$\cdot \cos\left(\omega_0 t + \Delta\omega \int^{t-t_0} \tilde{f}(\theta)\, d\theta\right) \tag{16}$$

Cele două semnale (15) şi (16) pot fi scrise sub forma

$$u_0(t) = M_0(t) \cos \omega_0 \tau(t), \quad u_d(t) = M_d(t) \sin \omega_0 \tau_d(t) \tag{17}$$

în care $M_0(t) > 0$, $M_1(t) > 0$ și

$$\tau(t) = t + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\int^{t} \tilde{f}(\theta)\, d\theta - \frac{1}{\omega_0}\operatorname{arctg}\left[\alpha\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} f(t)\right)\right]$$

$$\tau_d(t) = t + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\int^{t-t_0} \tilde{f}(\theta)\, d\theta - \frac{1}{\omega_0}\operatorname{arctg}\left[\alpha\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} f(t-t_0)\right)\right] \quad (18)$$

La ieșirea circuitelor de formare se obțin semnalele

$$u_{01}(t) = \sigma[u_0(t)]\,; \quad u_{d1}(t) = \sigma[u_d(t)] \quad (19)$$

unde $u_{01},\ u_{d1} \in \{0, 1\}$.

Sumatorul modulo doi realizează funcția

$$n_s = u_{01} \oplus u_{d1} = u_{01}\bar{u}_{d1} + \bar{u}_{01}u_{d1} \quad (20)$$

în care înmulțirea și adunarea logică sînt echivalente înmulțirii și adunării aritmetice.

Ținînd seama că

$$\bar{u}_{01}(t) = 1 - u_{01}(t) = 1 - \sigma[u_0(t)] \quad (21)$$

$$\bar{u}_{d1}(t) = 1 - u_{d1}(t) = 1 - \sigma[u_d(t)]$$

rezultă

$$u_s(t) = \sigma[u_0(t)] + \sigma[u_d(t)] - 2\sigma[u_0(t)]\,\sigma[u_d(t)] \quad (22)$$

Se poate scrie însă:

$$\sigma[u_0(t)] = \frac{1}{2} + E_0(t)\,; \qquad \sigma[u_d(t)] = \frac{1}{2} + E_d(t) \quad (23)$$

unde

$$E_0(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{(2k+1)\,\pi}(-1)^k \cos(2k+1)\omega_0\,\tau(t) \quad (24)$$

$$E_d(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{(2k+1)\,\pi} \sin(2k+1)\,\omega_0\,\tau(t)$$

Sub altă formă relația (22) devine

$$u_s(t) = \frac{1}{2} - 2E_0(t)\,E_d(t) \quad (25)$$

După circuitul de negare și axare semnalul este

$$u_a(t) = 2E_0(t)\, E_h(t) \tag{26}$$

Deoarece filtrul trece jos elimină componentele spectrale situate în jurul frecvenței $2\omega_0$ și mai sus, din semnalul $u_a(t)$ rămîne

$$u_{af}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k\, 4}{(2k+1)^2\, \pi^2} \sin\{(2k+1)\,\omega_0[\tau(t) - \tau_d(t)]\} \tag{27}$$

Dacă

$$\omega_0|\tau(t) - \tau_d(t)| < \frac{\pi}{2} \tag{28}$$

rezultă

$$u_{af}(t) = \frac{1}{\pi}\,\omega_0\,[\tau(t) - \tau_d(t)] \tag{29}$$

sau sub altă formă

$$u_{af}(t) = \frac{\Delta\omega}{\pi}\int_{t-t_0}^{t} \tilde{f}(0)\, d\theta + \\ + \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\dfrac{\alpha\,\Delta\omega}{\omega_0}[\tilde{f}\,(t-t_0) - \tilde{f}\,(t)]}{1 + \alpha^2\left[1 + \dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}\tilde{f}\,(t)\right]\left[1 + \dfrac{\Delta\omega}{\omega_0}\tilde{f}\,(t-t_0)\right]} \tag{30}$$

Deoarece

$$|\tilde{f}(t)| \leqslant 1, \quad \frac{\Delta\omega}{\omega_0} < 0{,}5 \quad \alpha \leqslant 04, \tag{31}$$

semnalul $u_{af}(t)$ poate fi aproximat prin

$$u_{af}(t) \simeq \frac{\Delta\omega}{\pi}\int_{t-t_0}^{t} \tilde{f}(0)d\theta - \frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\left\{\alpha\,\frac{\Delta\omega}{\omega_0}[\tilde{f}(t) - \tilde{f}(t-t_0)]\right\} \tag{32}$$

Se mai poate scrie, efectuînd o dezvoltare în serie

$$u_{af}(t) = u_1(t) + u_\delta(t) \tag{33}$$

în care

$$u_1(t) = \frac{\Delta\omega}{\pi}\int_{t-t_0}^{t} \tilde{f}(0)d\theta - \frac{\Delta\omega}{\pi}\,\frac{\alpha}{\omega_0}\,[\tilde{f}(t) - \tilde{f}(t-t_0)] \tag{34}$$

$$u_\delta(t) = \frac{1}{3\pi}\left(\alpha\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^3 [\tilde{f}(t) - \tilde{f}(t-t_0)]^3 \tag{35}$$

La ieşirea filtrului trece jos cu factorul de transfer $H_F(\omega)$ (se va admite $H_F(0) = 1$) semnalul $u_1(t)$ devine $u_f(t)$ avînd transformata Fourier

$$\mathfrak{F}\{u(t)\} = \frac{\Delta\omega}{\pi}\tilde{F}(\omega)\,\frac{1 - e^{-j\omega t_0}}{j\omega}\left(1 - j\omega\frac{\alpha}{\omega_0}\right)H_F(\omega) \tag{36}$$

unde

$$\tilde{F}(\omega) = \mathfrak{F}\{\tilde{f}(t)\} \tag{37}$$

Dacă se notează

$$\mathfrak{F}\{f_e(t)\} = \tilde{F}(\omega)H_F(\omega) \tag{38}$$

şi cu ω_{mM} frecvenţa maximă din spectrul semnalului $f_e(t)$ se poate asigura, pentru o viteză de transmisie sub 1000 biţi/s aproximarea

$$\left|1 - j\omega_{mM}\frac{\alpha}{\omega_0}\right| \approx 1 \tag{93}$$

Îndeplinindu-se suplimentar condiţia

$$\frac{\omega_{mM}t_0}{2} < 1 \tag{40}$$

relaţia (36) devine

$$\mathfrak{F}\{u_f(t)\} \approx \frac{\Delta\omega\, t_0}{2\pi}\,\mathfrak{F}(\omega)\,H_F(\omega)\,e^{-j\omega t_0/2} \tag{41}$$

sau

$$u_f(t) = \frac{\Delta\omega\, t_0}{2\pi} f_e\left(t - \frac{t_0}{2}\right) \tag{42}$$

Semnalul $f_e(t)$ se poate considera obţinut ca rezultat al trecerii semnalului $f(t)$ prin lanţul format din echivalentul de joasă frecvenţă al filtrului trece bandă situat înaintea demodulatorului FSK, în cascadă cu filtrul trece jos care este amplasat la ieşirea demodulatorului FSK.

Pentru determinarea efectului termenului $u(t)$ se va aprecia o margine superioară a semnalului produs de acesta după filtrare $u_{\delta f}(t)$.

Considerînd $f(t) = \operatorname{sgn} t$ se poate scrie

$$[\tilde{f}(t) - \tilde{f}(t-t_0)]^3 = 8[\sigma(t) - \sigma(t-t_0)] \tag{43}$$

Deoarece filtrul trece jos are frecvența de tăiere ω_{mM} rezultă

$$\max |u_{\delta f}(t)| \leqslant \frac{1}{3\pi}\left(\alpha \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^3 8 \frac{t_0}{t_c}, \quad t_c = \frac{0{,}8\ \pi}{\omega_{mM}} \tag{44}$$

Raportînd această valoare la valorea maximă a semnalului util (42) se determină coeficientul d care apreciază deformarea semnalului de date :

$$d = \frac{10}{2\pi} \alpha^3 \frac{\Delta\omega^3\, \omega_{mM}}{\omega_0^3} \tag{45}$$

În cazul unei viteze de transmisie de 900 biți/s, și un indice de modulație a semnalului FSK de 2/3, frecvența $f_0 = 1{,}2$ kHz, rezultă $d \approx$ $\approx 1\%$, deci neglijabil.

5. Concluzii

Utilizarea radiotelefonului pentru transmisiuni de date cu ajutorul unei subpurtătoare modulate FSK, la o viteză pînă 1000 biți/s nu creează dificultăți legate de distorsiunile specifice transmisiunii prin canalul radio. La o creștere a vitezei de transmisiune va trebui avut în vedere măsura în care aproximarea (39) poate fi făcută și valoarea coeficientului de deformare (45). În general o valoare mai mare a frecvenței subpurtătoarei ω_0 este indicată pentru micșorarea efectului distorsiunilor canalului. Această cerință este contradictorie cu amplasarea spectrului semnalului complex în domeniul în care densitatea spectrală a zgomotului la receptorul radiotelefonului este mai mică.

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Constantin, N. Coțanis, M. Drăgulinescu, M. Ivanciovici, C. Popescu*, Procedeu și instalație de dispecerizare automată a mijloacelor de transport în comun, Brevet de invenție nr. 81508, 28.02.1983.
2. *I. Constantin, M. Drăgulinescu, M. Ivanciovici, N. Coțanis*, Transmisiuni de date prin canale radio în cadrul sistemului de dispecerizare a transportului în comun, CNETAC, noiembrie 1984.
3. *I. Constantin, M. Drăgulinescu, M. Ivanciovici*, Linear FSK Transmission Model, Rev. Roum. Sci. Techn., 26/1/1981.
4. *M. Savescu, I. Constantin, T. Petrescu*, Metode de aproximare în analiza circuitelor electronice, Ed. Tehnică, București, 1984.

Data Transmission by Standard Radiotelephone

Data transmission system using F M Radiotelephones modulated with FSK subcarrier is presented. The data recovery for radiochannel with distorsions is determined.

C.Z.: 62—192
681.13

MODEL PENTRU ANALIZA PERFORMANȚELOR DE FIABILITATE ALE UNUI AUTOMAT FINIT CU STRUCTURA REDONDANTĂ

ANGELICA-BEATRICE BACIVAROF*

În lucrare se propune un model de analiză realistă a caracteristicilor de fiabilitate ale unui automat finit prezentat în versiunea Mealy, cu o structură redondantă dată de codificarea stărilor cu un cod corector de erori. Modelul a permis o analiză numerică, stabilindu-se o limitare a probabilității de defectare a sistemului la creșterea gradului redondanței și de aici determinarea unui optim al implementării acesteia.

1. Introducere

Aplicînd pentru codificarea stărilor unui automat un cod redondant — cu biți de informație și control — automatul va avea o structură redondantă, pe care o vom numi în cele ce urmează *redondanță prin codare.*

Implementarea redondanței prin codarea unui sistem, spre deosebire de alte tipuri de redondanță, nu necesită multiplicarea completă a componentelor acestuia, dar implică utilizarea unor elemente de circuit adiționale, care permit reconstituirea semnalului de ieșire corect.

Desigur implementarea redondanței prin multiplicarea unităților funcționale de bază — fie că este vorba de o structură redondantă generală sau logică majoritară — este mai simplă și realizează un cîștig apreciabil al fiabilității. Însă există o categorie de coduri decodabile printr-o tehnică de logică majoritară [2] — numite coduri ortogonale — care soluționează problema implementării redondanței prin codarea sistemelor, astfel încît aceasta să aducă un cîștig al fiabilității raportat la creșterea complexității sistemului mai important decît aplicarea unei structuri redondante realizate printr-o tehnică de multiplicare.

În cele ce urmează se va stabili un model de analiză a performanțelor de fiabilitate pentru un automat finit cu un număr de stări interne redondante în vederea corecției unui grup de erori și se va arăta că gradul redondanței nu trebuie să crească oricît de mult pentru creșterea performanțelor de fiabilitate. Există un grad al redondanței la care performanțele de fiabilitate ale sistemului sînt maxime, după care, datorită creșterii complexității sistemului prin creșterea gradului redondanței aceste performanțe scad.

---

* Șef lucrări dr. ing., catedra Tehnologie electronică și microelectronică

2. Ipoteze

Se consideră un automat finit de tip Mealy cu ecuațiile ieșirii de forma:

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_1(x_1, x_2, \ldots, x_r, y_1, y_2, \ldots, y_k) \\ Z_2 &= Z_2(x_1, x_2, \ldots, x_r, y_1, y_2, \ldots, y_k) \\ &\vdots \\ Z_m &= Z_m(x_1, x_2, \ldots, x_r, y_1, y_2, \ldots, y_k) \end{aligned} \tag{1}$$

și ecuațiile stării următoare de forma:

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1'(x_1, x_2, \ldots, x_r, y_1, y_2, \ldots, y_k) \\ y_2' &= y_2'(x_1, x_2, \ldots, x_r, y_1, y_2, \ldots, y_k) \\ &\vdots \\ y_k' &= y_k'(x_1, x_2, \ldots, x_r, y_1, y_2, \ldots, y_k) \end{aligned} \tag{2}$$

unde $x_1, x_2, \ldots, x_r$ sînt semnalele de intrare, $y_1, y_2, \ldots, y_k$ variabilele de stare prezentă iar $z_1, z_2, \ldots z_m$ semnalele de ieșire ale automatului.

Modelul evidențiază cele 2^k stări interne. Introducerea unor stări redondante în vederea mascării unor defectări hardware se va face utilizînd pentru codarea stărilor interne a unui cod redondant corector de erori, ceea ce va face să crească numărul variabilelor de stare y, și evident numărul celulelor de memorie corespunzătoare din structura automatului. Dacă numărul variabilelor de stare crește de la k la n numărul de stări interne va crește de la 2^k la 2^n, astfel încît fiecărei stări a sistemului neredondant îi sînt alocate 2^{n-k} stări.

Dacă se defectează un element hardware din subsistemele care realizează funcția de stare $y_i(t)$, sistemul astfel construit va masca defectul dacă din cele 2^{n-k} stări alocate sînt stări neafectate de acest defect.

Pentru ca ieșirile sistemului să fie aceleași ca în cazul sistemului neredondant (număr, semnale) circuitele C_i, care realizează funcțiile de tranziție, vor fi modificate corespunzător față de cele ale sistemului inițial.

În scopul analizei de fiabilitate abordată în continuare, sistemul cu structură redondantă, considerat, va fi partiționat în n unități funcționale H_i corespunzător variabilelor de stare $y_1', y_2', \ldots, y_n'$. Fiecare unitate H_i va conține un circuit C și celula de memorie corespunzătoare.

Pentru exprimarea modelului logic de faibilitate al sistemului se fac următoarele ipoteze:

— defectările unităților H_i sînt independente între ele;

— ratele de defectare ale unităților H_i sînt constante în timp și egale cu λ;

— pentru codarea stărilor automatului se folosește un cod corector de q erori.

3. Identificarea unui maxim în funcția de fiabilitate

Avînd în vedere utilizarea unui cod corector de q erori rezultă că automatul se defectează la apariția a cel puțin $q + 1$ erori în funcțiile sale de stare. De aici se poate scrie expresia probabilității de defectare a sistemului, $F_{SR}(t)$:

$$F_{SR}(t) = \sum_{i=q+1}^{n} C_n^i F_u(t)^i R_u(t)^{n-i} \tag{3}$$

unde $F_u(t)$ și $R_u(t)$ sînt funcția de repartiție a timpului de bună funcționare, respectiv funcția de fiabilitate ale unităților H_i, presupuse identice din punct de vedere al fiabiiltății.

Cu ipoteza că rata defectărilor este constantă în timp, deci o repartiție exponențială a timpilor de bună funcționare pentru unitățile H_i, ecuația (3) devine:

$$F_{SR}(t) = \sum_{i=q+1}^{n} C_n^i [1 - \exp(-\lambda_u t)] \exp[-(n-i)\lambda_u t] \tag{4}$$

În vederea unei analize de fiabilitate mai detaliate se introduce funcția de complexitate C_i, ca fiind numărul elementelor virtuale, independente, de aceeași complexitate, constituente ale unităților H_i. De exemplu, dacă unitatea H_i este un circuit integrat, C_i va tinde la o variație liniară cu numărul conexiunilor intrare-ieșire. Rata de defectare a unei unități H_i se va putea exprima astfel ca o funcție de rata de defectare a elementelor echivalente, ca fiind:

$$\lambda_{u_i} = C_i \lambda_E \tag{5}$$

În condițiile ipotezei identității unităților H_i din punct de vedere al fiabilității rezultă că și funcțiile de complexitate vor fi identice; notăm în continuare funcția de complexitate comună fiecărei unități H cu C Funcția de complexitate C depinde de codul folosit, funcțiile logice implementate, eficiența tehnicilor de minimizare, pentru că și structura unităților H_i este dependentă de acești factori. Evident C este o funcție crescătoare cu k și n.

Cu aceste considerente ecuația (4) devine:

$$F_{SR}(t) = \sum_{i=q+1}^{n} C_n^i [1 - \exp(-C\lambda_E t)]^i \cdot \exp[-C(n-i)\lambda_E t] \tag{6}$$

Ecuația (6) permite o analiză a performanțelor de fiabilitate ale sistemului cu structură redondantă prin codare în funcție de n și q. Se

urmăreşte soluţionarea problemei alegerii unui cod eficient în vederea obţinerii unui maxim de fiabilitate.

Dacă $C\lambda_E t \ll 1$, ecuaţia (6) devine:

$$F_{SR}(t) = \sum_{i=q+1}^{n} C_n^i (C\lambda_E t)^i (1 - C\lambda_E t)^{n-i} \tag{7}$$

care se aproximează asimptotic cu:

$$F_{SR}(t) \simeq C_n^{q+1} (C\lambda_E t)^{q+1} \frac{1 - (n - q - 1) C\lambda_E t}{1 - \frac{n - q}{q + 1} \frac{C\lambda_E t}{1 - C\lambda_E t}} \tag{8}$$

Dacă $n\, C\lambda_E t \ll 1$, atunci:

$$F_{SR}(t) \simeq C_n^{q+1} (C\lambda_E t)^{q+1} \tag{9}$$

Pentru facilitarea dezvoltărilor analitice de mai jos se consideră ipoteza că funcţie de complexitate C are o dependenţă liniară cu creşterea gradului redondanţei, de forma:

$$C = a \cdot n \tag{10}$$

iar ecuaţia (9) devine:

$$F_{SR}(t) = C_n^{q+1} (a \cdot n\lambda_E t)^{q+1} \tag{11}$$

În vederea identificării unui minim al funcţiei $F_{SR}(t)$, deci un maxim al funcţiei de fiabilitate, ecuaţia (11) se prelucrează astfel:

- C_n^{q+1} se înlocuieşte cu C_n^{n-k+1}

$$C_n^{q+1} = C_n^{n-k+1} = \frac{n!}{(n - k + 1)!\ \ (k - 1)!};$$

- pentru k mic comparativ cu n, deoarece se aşteaptă ca la valori mari ale lui n are loc minimul funcţiei, se poate face aproximaţia:

$$C_n^{q+1} \simeq \frac{n^{k-1}}{(k - 1)!},$$

cu care ecuaţia (11) devine:

$$F_{SR} \simeq \frac{n^{k-1}}{k - 1)\ !} (a\, n\lambda_E t)^{n-k+1}; \tag{12}$$

• se derivează F_{SR} în raport cu n, se egalează derivata cu zero și se obține minimul:

$$\frac{dF_{SR}}{dn} = \frac{(k-1)\cdot n^{k-2}}{(k-1)!}(a\,n\lambda_E t)^{n-k+1} +$$

$$+\frac{n^{k-1}}{(k-1)!}[(n-k+1)(a\,n\lambda_E t)^{n-k}\cdot a\lambda_E t +$$

$$+(a\,n\,\lambda_E t)^{n-k+1}\cdot \ln(a\,n\,\lambda_E t)] = 0,$$

$$(k-1)a\lambda_E t + (n-k+1)a\lambda_E t + a\,n\,\lambda_E t \ln(a\,n\,\lambda_E t) = 0$$

$$n\,a\lambda_E t(\ln a\,n\lambda_E t + 1) = 0, \text{ de unde}$$

$$n_{\min} = \frac{1}{a\lambda_E t\cdot e} \tag{13}$$

iar

$$F_{SR\min}(t) = \frac{n_{\min}^{k-1}}{(k-1)!}(a\,n_{\min}\lambda_E t)^{n_{\min}-k+1} \tag{14}$$

Deci există un minim al funcției de repartiție a timpului de bună funcționare la creșterea gradului redondanței pentru o valoare finită a acestuia.

4. Programul FIRECO

În scopul unei analize numerice complete a funcției de repartiție a timpului de funcționare fără defectări, care să ia în considerație diferite tipuri de codări și forme de dependență ale funcției de complexitate de gradul redondanței, devine necesară o abordare asistată de calculator. În acest sens a fost conceput programul FIRECO [1], scris în limbaj FORTRAN, rulat pe calculatorul FELIX C—256. Schema bloc a programului este indicată în figura 1.

Evaluarea numerică a funcției de repartiție a timpului de bună funcționare folosind calculul exact dat de ecuația (6) nu este eficientă, timpul de calcul devine prohibitiv cu creșterea infinită a lui n. De aceea s-a procedat la calculul limitelor inferioară și superioară ale lui $F_{SR}(t)$ cu relațiile:

$$F_{SR}(t) = C_n^{q+1}(C\lambda_E t)^{q+1}(1 - C\lambda_E t)^{n-q-1} \tag{15}$$

$$F_{SR\sup}(t) = C_n^{q+1}(C\lambda_E t)^{q+1}(1 - C\lambda_E t)^{n-q-1}\,\frac{\frac{q+1}{n+1}(1 - C\lambda_E t)}{\frac{q+1}{n+1} - C\lambda_E t}, \tag{16}$$

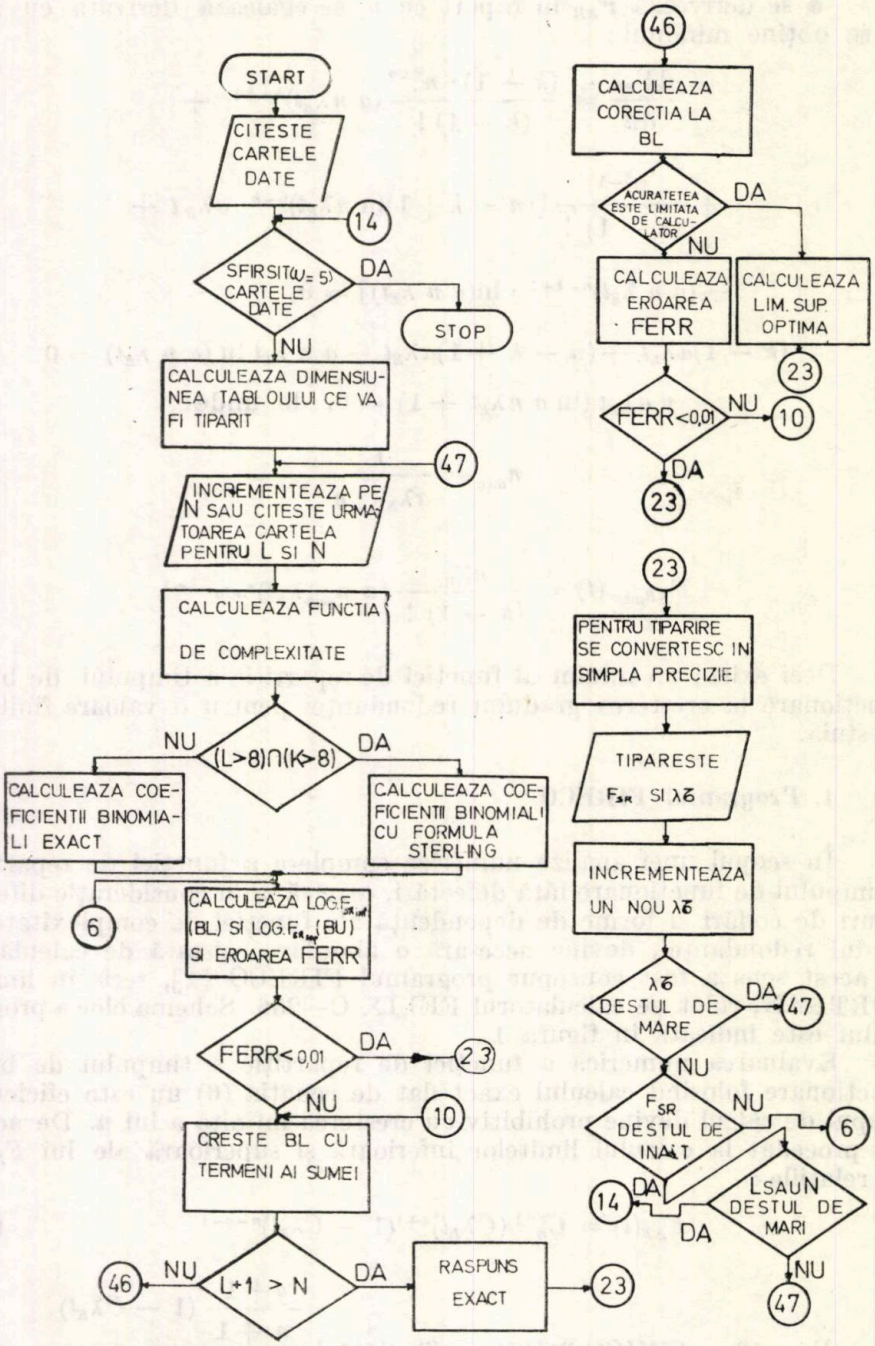

START
CITESTE CARTELE DATE
14
SFIRSIT(ω= 5) CARTELE DATE
DA
STOP
NU
CALCULEAZA DIMENSIUNEA TABLOULUI CE VA FI TIPARIT
47
INCREMENTEAZA PE N SAU CITESTE URMATOAREA CARTELA PENTRU L SI N
CALCULEAZA FUNCTIA DE COMPLEXITATE
NU
(L>8)∩(K>8)
DA
CALCULEAZA COEFICIENTII BINOMIALI EXACT
CALCULEAZA COEFICIENTII BINOMIALI CU FORMULA STERLING
6
CALCULEAZA LOG.F (BL) SI LOG.F (BU) SI EROAREA FERR
FERR< 0,01
DA
23
NU
10
CRESTE BL CU TERMENI AI SUMEI
46
NU
L+1 > N
DA
RASPUNS EXACT
23
46
CALCULEAZA CORECTIA LA BL
ACURATETEA ESTE LIMITATA DE CALCULATOR
DA
NU
CALCULEAZA EROAREA FERR
CALCULEAZA LIM. SUP OPTIMA
23
FERR<0,01
NU
10
DA
23
23
PENTRU TIPARIRE SE CONVERTESC IN SIMPLA PRECIZIE
TIPARESTE F SI λσ
INCREMENTEAZA UN NOU λσ
λσ DESTUL DE MARE
DA
47
NU
F DESTUL DE INAIT
NU
6
DA
14
DA
L SAU N DESTUL DE MARI
NU
47

Fig. 1

La valoarea lui F_{SRinf} se adaugă cîte un termen al sumei (6), calculul oprindu-se atunci cînd diferenţa $F_{SRsup} - F_{SR}$ atinge o valoare stabilită.

Pentru calculul coeficienţilor binomiali C_n^{q+1} s-a folosit calculul exact iar atunci cînd n şi k au depăşit valoarea 8, s-a utilizat aproximaţia Sterling [3].

Programul a fost rulat pentru următoarele legi de definiţie ale funcţiei de complexitate:

$$C = \text{constant}$$
$$C = an$$
$$C = \ln n$$
$$C = n^2$$

În toate cazurile concluzia a fost aceeaşi: funcţia de repartiţie a timpului de bună funcţionare pentru automatul cu structură redondantă considerat are un minim la creşterea lui n pentru o valoare finită a lui n.

5. Concluzii

Introducerea şi dezvoltarea tehnicilor VLSI a făcut să crească interesul pentru implementarea codurilor redondante în sinteza unor clase de sisteme în vederea mascării defectelor [4].

În lucrare s-a dezvoltat un model de evaluare realistă a funcţiei de repartiţie a timpului de bună funcţionare — probabilităţii de defectare a sistemului — luînd în consideraţie creşterea complexităţii sistemului la creşterea gradului redondanţei. Modelul a permis identificarea unui optim al gradului redondanţei.

Analiza numerică asistată de calculator — realizată cu programul FIRECO, dezvoltat pe baza acestui model — a indicat pentru diferite forme de simulare a creşterii complexităţii sistemului la creşterea gradului redondanţei o valoare limită a probabilităţii de defectare a acestuia.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Bacivarof*, Sisteme digitale tolerante la defectări, Teză de doctorat, Institutul Politehnic, Bucureşti, 1980.
2. *R. W. Larsen, R. S. Reed*, Redundancy by Coding Versus Redundancy by Replication IEEE Transactions on Computers, vol. C—21, nr. 2, 1972.
3. *E. S. Okonski*, Reliability of Digital Systems, State University of New York at Buffalo, N. Y. 1973.
4. *E. Pilaud*, Conception et validation de systèmes informatiques à haute sureté de fonctionnement, I. N. P. Grenoble, 1982

A model for Reliability Analysis of A Redundant Finite State Automaton

In this paper an improved model for the analysis of the reliability characteristics of a redundant digital system, based on the finite state automaton in Mealy version, using an error correcting code, is proposed. Based on this model, upper and lower bounds of the failure probability of the redundant digital system were computed.

C.Z.: 62—192
658.562

MĂSURA FISHER A INFORMAȚIEI ȘI UTILIZAREA EI ÎN FIABILITATE ȘI CONTROLUL STATISTIC AL CALITĂȚII

A. MIHALACHE *

Lucrarea arată modul de stabilire a distribuției a priori în estimarea bayesiană a fiabilității și a conformității pe baza comparației dintre cantitatea de informație disponibilă inițial și cea furnizată de un experiment. Se pun în evidență precauțiile de luat în utilizarea informației a priori.

1. Introducere

Măsura Fisher a informației a fost propusă în [1] pentru evaluarea comparativă a informației disponibile inițial și a informației furnizate de un experiment. În estimarea bayesiană, informația inițială este exprimată printr-o distribuție a priori de probabilități subiective asociate parametrului necunoscut θ. Incertitudinea privind valoarea parametrului θ este cu atît mai redusă cu cît distribuția a priori este mai abruptă. Pe această observație se bazează definirea măsurii Fisher a cantității de informație disponibile inițial ca medie a pătratului pantei logaritmului distribuției a priori;

$$i_F = \int_0^\infty \left[\frac{\partial \ln f_a(\theta)}{\partial \theta}\right]^2 f_a(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{1}$$

Rezultatele experimentale sînt generate conform unei distribuții $P(x/\theta)$. Cu cît această distribuție este mai puțin plată în raport cu parametrul θ, cu atît cantitatea de informație furnizată de experiment asupra valorii lui θ este mai amplă.

Informația Fisher asociată experimentului este definită ca medie a pătratului pantei logaritmului distribuției rezultatelor experimentale, panta calculîndu-se în raport cu θ iar medierea efectuîndu-se pe mulțimea rezultatelor experimentale posibile:

$$i_{F_x} = \int_0^\infty \left[\frac{\partial \ln P(x/\theta)}{\partial \theta}\right]^2 P(x/\theta)\mathrm{d}x \tag{2}$$

* Șef lucrări dr. ing., catedra Tehnologie electronică și microelectronică

O modalitate de specificare a parametrilor distribuției a priori este postularea unui raport K între informația inițială și cea experimentală, ambele fiind evaluate cu ajutorul măsurii Fisher:

$$i_{F_a} = Ki_{F_x} \tag{3}$$

De cele mai multe ori distribuția a priori conține doi parametri. Pentru estimarea lor, alături de ecuația (3), se utilizează valoarea așteptată inițial, θ_a, a parametrului de estimat:

$$\theta_a = \int_0^\infty \theta f_a(\theta) \mathrm{d}\theta \tag{4}$$

Metoda este aplicată în [1] în condițiile în care informația a priori și ponderea ei față de cea experimentală pot fi exprimate în mod independent față de rezultatele experimentale obținute. Lucrarea de față arată că formularea ipotezelor inițiale asupra parametrului de estimat depinde de volumul rezultatelor experimentale și de ponderea informației a priori.

2. Estimarea nivelului de conformitate

Nivelul de conformitate al unui lot sau proces tehnologic este exprimat prin fracțiunea defectivă p ce caracterizează lotul sau procesul. Un experiment constă din prelevarea unui eșantion și identificarea elementelor defecte. Probabilitatea ca într-un eșantion de volum n să fie observate d defective este, în condiții destul de generale [2], de tip Poisson:

$$P(d/p) = \frac{(np)^d}{\mathrm{d}!} e^{-np} \tag{5}$$

Se adoptă ca distribuție a priori asociată parametrului necunoscut p o distribuție de tip gama, deoarece este suficient de flexibilă și are proprietatea de a fi conjugată față de distribuția Poisson [3];

$$f_a(p) = \frac{\beta(\beta p)^{\alpha-1} e^{-\beta p}}{\Gamma(\alpha)}. \tag{6}$$

Măsura Fisher a informației disponibile inițial se obține introducînd expresia (6) în definiția (1), parametrul p jucînd rolul lui θ:

$$i_{F_a} = \frac{\beta^2}{\alpha - 2}; \quad \alpha > 2. \tag{7}$$

Măsura Fisher a informației experimentale se obține introducînd expresia (5) în definiția (2), integrala transformîndu-se într-o sumă pe valorile posibile ale numărului de defective d:

$$\sum_{d=0}^{\infty} \left[\frac{\partial \ln P(d/p)}{\partial p} \right]^2 P(d/p) = \frac{n}{p} \tag{8}$$

Se observă că măsura Fisher a informației experimentale depinde de parametrul necunoscut p. În [1] se propune ca valoarea necunoscută p să fie înlocuită cu estimația ei maxim verosimilă $\hat{p}$, dîndu-se astfel o mai mare pondere rezultatelor experimentale în cadrul procesului de estimare. Stabilind la valoarea $K \in (0, 1)$ raportul între cantitatea de informație a priori și cea experimentală, rezultă o primă ecuație pentru estimarea parametrilor distribuției a priori:

$$\frac{\beta^2}{\alpha - 2} = \frac{kn}{\hat{p}} \tag{9}$$

A doua ecuație se obține egalînd valoarea așteptată p_a a fracțiunii defective cu media a priori:

$$p_a = \int_0^\infty p f_a(p) \mathrm{d}p = \frac{\alpha}{\beta} \tag{10}$$

Rezolvarea sistemului de ecuații (9) și (10) conduce la ecuația de gradul II în α:

$$\hat{p}\alpha^2 - knp_a^2\alpha + 2knp_a^2 = 0 \tag{11}$$

Ecuația (11) admite soluția $\alpha > 2$ dacă sînt îndeplinite condițiile:

$$\begin{gathered} (knp_a^2)^2 - 8knp_a^2\hat{p} > 0 \\ \frac{knp_a^2}{2\hat{p}} > 2 \end{gathered} \tag{12}$$

Preluînd condițiile (12) și ținînd seama că $\hat{p} = d/p$, rezultă:

$$\frac{p_a}{\hat{p}} > \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{kd}} \tag{13}$$

Condiția (13) arată că ipotezele inițiale privind nivelul conformității trebuie corelate cu nivelul de incertitudine inițial și cu rezultatele experimentale obținute. Cu cît incertitudinea inițială este mai ridicată și cu cît rezultatele experimentale sînt mai puține, cu atît presupunerile inițiale privind conformitatea trebuie să fie mai pesimiste.

3. Estimarea ratei de defectare

Fiabilitatea unui sistem este deseori exprimată prin valoarea ratei de defectare λ, presupusă constantă în timp [3]. Experimentul constă dintr-o încercare de fiabilitate asupra unui eșantion de volum n în care

apar r defectări. Rezultatele experimentale sînt sintetizate de durata cumulată a încercării T_Σ, a cărei distribuţie este de tip gama cu parametrii r şi λ:

$$f(T_\Sigma/\lambda) = \frac{\lambda(\lambda T_\Sigma)^{r-1}e^{-\lambda T_\Sigma}}{(r-1)!} \tag{14}$$

Informaţia iniţială privind parametrul λ este exprimată printr-o distribuţie subiectivă de tip gama cu parametrii α şi β, distribuţie conjugată faţă de cea a rezultatelor experimentale. Ca urmare, informaţia Fisher iniţială are şi în acest caz expresia (7).

Informaţia Fisher experimentală se obţine înlocuind expresia (14) în definiţia (2):

$$i_{F_x} = \int_0^\infty \left[\frac{\partial \ln f(T_\Sigma/\lambda)^2}{\partial \lambda}\right]^2 f(T_\Sigma/\lambda)\mathrm{d}T_\Sigma = \frac{r}{\lambda^2} \tag{15}$$

Valoarea necunoscută λ din expresia (15) este înlocuită cu estimaţia maxim verosimilă $\hat{\lambda} = r/T_\Sigma$. Ecuaţiile (3) şi (4) prin care se estimează parametrii distribuţiei a priori devin:

$$\begin{aligned} \frac{\beta^2}{\alpha - 2} &= k\frac{r}{\hat{\lambda}} \\ \frac{\alpha}{\beta} &= \lambda_a \end{aligned} \tag{16}$$

unde λ_a este valoarea aşteptată a artei de defectare.

Rezolvarea sistemului (16) conduce la ecuaţia:

$$\hat{\lambda}^2\alpha^2 - kr\,\lambda_a^2\alpha + 2\,kr\lambda_a^2 = 0 \tag{17}$$

Condiţia de existenţă a soluţiilor $\alpha > 2$ este:

$$\frac{\lambda_a}{\hat{\lambda}} > \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{kr}} \tag{18}$$

Condiţia (18) este similară cu condiţia (13) şi arată că, pentru un anumit volum al încercării şi un nivel de incertitudine relativă precizat, ipotezele iniţiale nu trebuie să supraestimeze nivelul fiabilităţii în raport cu cel observat experimental.

4. Concluzii

Analiza metodei de specificare a distribuţiei a priori pe baza măsurii Fisher a informaţiei arată că ipotezele iniţiale asupra conformităţii şi fiabilităţii trebuie corelate cu rezultatele experimentale obţinute şi cu

nivelul inițial al incertitudinii. Condiția de succes este să nu se supraestimeze conformitatea procesului (sau lotului), respectiv fiabilitatea sistemului în raport cu nivelele observate experimental. Cu cît volumul de date este mai mic și cu cît incertitudinea inițială este mai mare, cu atît ipotezele inițiale asupra conformității și fiabilității trebuie să fie mai pesimiste.

Tabelul 1 dă soluții practice pentru alegerea corectă a ipotezelor inițiale privind conformitatea și rata de defectare (λ_a, p_a) în raport cu nivelele observate ($\hat{\lambda}$, $\hat{p}$) pentru diferite valori ale numărului de observații și ale incertitudinii relative.

Tabelul 1

d sau r \ K	0,1	0,2	0,5	0,8	1
2	14.142	7,07	2,828	1,767	1,41
4	7,07	1,25	1,41	0,884	0,707
8	3,535	1,767	0,707	0,442	0,353
16	1,767	0,884	0,353	0,221	0,176
32	0,884	0,442	0,176	0,110	0,088

Valorile minime ale raportului dintre nivelele așteptate și cele observate ale conformității și fiabilității ($p_a/\hat{p}$ sau $\lambda_a/\hat{\lambda}$).

BIBLIOGRAFIE

1. *R. V. Canfield, J. C. Teed*, Selecting the prior distribution in bayesian estimation. IEEE Transactions on Reliability, R—26, 4 (1977), p. 283—285.
2. *V. M. Cătuneanu*, Materiale pentru electronică. Editura didactică și pedagogică, București, 1982.
3. *V. M. Cătuneanu, A. Mihalache*, Bazele teoretice ale fiabilității. Editura Academiei, București, 1983.

Fisher's Measure of Information and Its Applications in Reliability and Quality Control.

The paper analyzes the derivation of the a priori distribution in bayesian estimation of reliability and conformity by the method of comparing the prior and the experimental information. Fisher's information is used as a common measure. Precautions to be taken in using prior information are pointed out.

C.Z.: 681.327.8 : 519.728.2

OPTIMUM DISCRETE REPRESENTATION OF SIGNALS (PART I: NONUNIFORM SAMPLING THEOREM)

V. E. NEAGOE *

Assuming that a real-valued signal of finite duration $\{f(t),\ t\in[0, L],\ f\in \in \mathcal{L}^2_{(0,L)}\}$ is expressed by a polynomial, a nonuniform sampling theorem is stated and proved; the theorem is considered in connection both with the Legendre polynomial series representation and with the Gause quadrature rule.

1. Introduction

It is well known the Shannon sampling theorem, which states that a signal whose spectrum vanishes above the frequency W, is completely determined by the set of its samples uniformly taken at a rate $T\leqslant\frac{1}{2W}$ [1], [4], [8], [13]. According to that theorem, between two sampling moments, the signal is interpolated as a sum of functions of the form $\frac{\sin x}{x}$, which is equivalent to process the signal by an ideal low-pass filter. But such a filter is not physically feasible, therefore, it seems natural to seek for another kind of interpolation, particularly a polynomial one. Instead of interpolating the signal between two consecutive samples taken at a distance T, we will consider the problem of polynomial approximation of the signal $f(t)$ over its whole definition interval $[0, L]$ and will deduce a new sampling theorem appropriate to this approximation. Assuming $f(t)$ is a continuous real-valued signal, which belongs to the class $\mathcal{L}^2_{(0,L)}$, then according to Weierstrass' theorem [14], [15], it may be always uniformly approximated by a polynomial.

For a given number N of signal samples, taken over the interval $[0, L]$, we want to choose the optimum sampling grid so that the signal sample set assures not only a high quality of sampling reconstruction, but also preserves (with an accuracy as high as possible) some important integral characteristics of $f(t)$ such as: energy, Fourier transform, and so on. Hence, springs out our idea of using a non uniform sampling point division according to the results of the Gauss quadrature rule.

* Lecturer Ph. D., Dept. of Applied Electronics

We formulate our purpose as follows. Assuming the signal $\{f(t), t \in [0, L], f \in \mathcal{L}^2_{(0,L)}\}$ is expressed by a polynomial of maximum degree $N-1$, we want to choose the optimum sampling grid vector $\underset{\sim}{\mathcal{T}}_N = (t_k)_{k=0}^{N-1}$, so that: (i) the signal $f(t)$ to be completely determined for any $t \in [0, L]$, by its set of samples $\underset{\sim}{f}_N = (f(t_k))_{k=0}^{N-1}$; (ii) any integral transform of the form $I^{(0,L)}(f, \varphi) = \int_0^L f(t)\,\varphi(t)\,dt$ to be computed with a maximum accuracy.

If the kernel $\varphi(t)$ is a polynomial of maximum degree N, we want the integral to be exactly computed as a function of $\underset{\sim}{f}_N$ and $\underset{\sim}{\Phi}_N = (\varphi(t_k))_{k=0}^{N-1}$. Particularly, for $f = \varphi$, we obtain an exact expression of the signal energy.

II. Preliminaries

We further consider real-valued signals $\{f(t), t \in [a, b], a, b \in \mathbb{R}, f \in \mathcal{L}^2_{(a,b)}\}$, which means they satisfy the condition to be measurable, i.e.,

$$\int_a^b f^2(t)dt < \infty. \tag{1}$$

It is known that $\mathcal{L}^2_{(a,b)}$ is a real Hilbert space [14]. If $f, g \in \mathcal{L}^2_{(a,b)}$, then the scalar product of f and g is defined as

$$\langle f, g\rangle = \int_a^b f(t)g(t)dt, \tag{2}$$

hence the energy of f is the square of its $\mathcal{L}^2_{(a,b)}$ norm

$$E_f = ||f||^2 = \langle f, f\rangle = \int_a^b f^2(t)dt. \tag{3}$$

The square distance between f and g is

$$d_{f,g} = ||f - g||^2. \tag{4}$$

We will further consider f to be polynomial signals. It represents a realistic approximation model, since according to Weierstrass theorem [14], [15] any continuous signal $f \in \mathcal{L}^2_{(a,b)}$ may be uniformly approximated by a polynomial. It means that for any $\varepsilon > 0$, as small as possible,

there exists a degree $n(\varepsilon)$, and a polynomial $Q_{n(\varepsilon)}(\varepsilon, t)$, so that $||f(t) - Q_{n(\varepsilon)}(\varepsilon, t)|| < \varepsilon$, for any $t \in [a, b]$. The graphical interpretation is that for any $\varepsilon > 0$, there exists a polynomial $Q_{n(\varepsilon)}(\varepsilon, t)$, whose graphic is contained within the tube of functions $(f - \varepsilon, f + \varepsilon)$. By the increasing of n, we usually obtain a better approximation, so that the tube becomes narrower (ε decreases).

We will firstly restrict ourselves to signals $\{f(x), x \in [-1,1], f \in \mathscr{L}^2_{(-1,1)}\}$, and then we will transform the interval $[-1,1]$ into $[0, L]$ by the changing of variable

$$t = \frac{L}{2}(1 + x). \tag{5}$$

We will further present some background about Legendre polynomials, Legendre polynomial series representation, and Gauss quadrature rule.

A. Legendre Polynomials and Their Properties

Denoting by $P_j(x)$ the $j-th$ degree Legendre polynomial, we have accordingly to [2], [11], [12]

$$P_j(x) = \frac{1}{2^j \cdot j!} \frac{d^j[(x^2 - 1)^j]}{dx^j}, \quad x \in [-1, 1], \ (j = 0, 1, 2 \ldots) \tag{6}$$

or

$$P_j(x) = \frac{1 \cdot 3 \ \ldots \ 5}{j}\left(x^j - \frac{j(j-1)}{2(2j-1)} x^{j-2} + \right.$$

$$\left. + \frac{j(j-1)(j-2)(j-3)}{2(2j-1)(2j-3)} x^{j-4} + \ldots\right), \text{ for } x \in [-1, 1]. \tag{7}$$

Another compact formula for representing Legendre polynomials has been deduced in [10] as

$$P_j(x) = (-1)^j Q_j\left(\frac{x+1}{2}\right), \quad x \in [-1, 1], \tag{8}$$

where

$$Q_j(u) = \sum_{k=0}^{j} (-1)^k \binom{j}{k} \binom{j+k}{k} u^k, \ u \in [0, 1], \tag{9}$$

where $\binom{n}{m}$ represents combinations of n elements taken by m.

For particular values of j, we obtain

$$\begin{cases} P_0(x) = 1 \\ P_1(x) = x \\ P_2(x) = \dfrac{1}{2}(3x^2 - 1) \\ P_3(x) = \dfrac{1}{2}(5x^3 - 3x) \\ P_4(x) = \dfrac{1}{8}(35x^2 - 30x^2 + 3). \end{cases} \tag{10}$$

Some of the Legendre polynomial properties, needed for the subsequent development are the following

(i) *Orthogonality and Normalization*

$$\text{(a)} \int_{-1}^{1} x^j P_k(x)\mathrm{d}x = 0, \text{ for } j < k \tag{11}$$

$$\text{(b)} \langle P_j, P_k \rangle = \int_{-1}^{1} P_j(x)P_k(x)\mathrm{d}x = \begin{cases} 0, & \text{for } j \neq k \\ \dfrac{2}{2j+1}, & \text{for } j = k \end{cases} \tag{12}$$

(ii) *Recurrence Relation*

$$\begin{gathered} (j+1)P_{j+1}(x) - (2j+1)xP_j(x) + jP_{j-1}(x) = 0 \\ (j = 0, 1, \ldots;\ P_0 = 1;\ P_{-1} = 0) \end{gathered} \tag{13}$$

(iii) *Polynomial Roots*

All the roots of the polynomials $P_j(x)$ are real and distinct, and belong to the interval $(-1, 1)$.

(iv) *Particular Values*

$$\begin{gathered} P_j(1) = 1;\ P_j(-1) = (-1)^j;\ P_{2j+1}(0) = 0; \\ P_{2j}(0) = \frac{(-1)^j \cdot (2j)!}{2^{2j} \cdot (j!)^2}. \end{gathered} \tag{14}$$

B. Orthonormated Legendre Polynomial Series Representation

The orthonormated Legendre polynomials are defined as

$$L_j(x) = \sqrt{\frac{2j+1}{2}}\, P_j(x),\ x \in [-1, 1],\ j = 0, 1, 2, \ldots \tag{15}$$

From (12) and (15), it results they fulfil the condition

$$\langle L_j,\ L_k\rangle = \int_{-1}^{1} L_j(x)L_k(x)\mathrm{d}x = \delta_{jk}, \tag{16}$$

where δ_{ik} is the Kronecker symbol ($\delta_{jk} = 0$ for $j \neq k$, and $\delta_{jj} = 1$, respectively).

The set of orthonormated Legendre polynomials $\mathscr{L} = \{L_n(x)\}_{n\geqslant 0}$ constitutes an orthonormated base (total orthonormated system) over the interval $[-1, 1]$. Then, for any signal $f(x)$, belonging to the real Hilbert space $\mathscr{L}^2_{(-1,1)}$, the corresponding Legendre coefficients may be computed as

$$B_k = \langle f,\ L_k\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)\, L_k(x)\mathrm{d}x, \tag{17}$$

and the series $\sum_{k\geqslant 0} B_k L_k(x)$ uniformly converges to the signal f, i.e.,

$$f(x) = \sum_{k\geqslant 0} B_k L_k(x). \tag{18}$$

Moreover, the numerical series $\sum_{k\geqslant 0} B_k^2$ converges to the signal energy

$$E_f = \|f\|^2 = \sum_{k\geqslant 0} B_k^2. \tag{19}$$

Let $f \in \mathscr{L}^2_{(-1,1)}$. For a given n, consider the sum

$$f_n = \sum_{k\geqslant 0}^{n} A_k L_k(x). \tag{20}$$

In order to minimize $d_{f,f_n} = \|f - f\|^2$, we have to choose $A_k = B_k$, where B_k are given by (17). Consequently, we have [14]

$$\|f_n\|^2 = \sum_{k=0}^{n} B_k^2 \leqslant \|f\|^2 \text{ (Bessel inequality)} \tag{21}$$

C. Gauss Quadrature Rule

The Gauss quadrature problem [3], [7], [11] is the following: how must one choose a division $\underset{\sim}{X}_N = (x_k)_{k=0}^{N-1}$, $-1 < x_k < 1$, and the set of coefficients $\underset{\sim}{\lambda}_N = (\lambda_k)_{k=0}^{N-1}$, so that the quadrature formula

$$\int_{-1}^{1} g(x)\mathrm{d}x = \sum_{k=0}^{N-1} \lambda_k g(x_k) \tag{22}$$

to be exact for all polynomials $g(x)$ of degree M as high as possible?

The answer is given by the following proposition.

Gauss Quadrature Rule: If $g(x)$, $x \in [-1, 1]$, is a polynomial of maximum degree $2N-1$, and $\underset{\sim}{X}_N = (x_k)_{k=0}^{N-1}$ is the sampling point division representing the roots of the N-th order Legendre polynomial

$$P_N(x_k) = 0;\ 0 \leqslant k \leqslant N-1,\ -1 < x_0 < x_1 < \ldots x_{N-1} < 1, \quad (23)$$

then the quadrature formula (22) is exact.

The coefficients $\lambda_k > 0$ are called Cristophell numbers and accordingly to Cristophell—Darboux Lemma [11], they fulfil the relation

$$\lambda_k = \frac{1}{\sum_{j=0}^{N-1} L_j^2(x_k)}. \quad (24)$$

III. Nonuniform Sampling Theorem for Polynomial Signals

The further presented sampling theorem is based on the following elements:

(i) the assumption that the signals are expressed by polynomials and hence their finite Legendre series representation;

(ii) we want the sampling point division to be optimum regarding the accuracy of computation of some important integral signal measures (energy, Fourier transform, a.s.o.), starting from the considered signal sample set. Hence, springs out the idea of using the results of the Gauss quadrature rule.

Lemma 1: Assume a real-valued signal $\{f(x),\ x \in [-1, 1],\ f \in \mathcal{L}^2_{(-1,1)}\}$. Then, its Legendre polynomial series representation has no components different of zero above the order $N-1$, if and only if f is expressed by a polynomial of maximum degree $N-1$.

Proof: Assume

$$f(x) = Q_{N-1}(x) = \sum_{j=0}^{N-1} a_j x^j. \quad (25)$$

Let's compute B_k, for $k \geqslant N$. Relations (17) and (25) lead to

$$B_k = \langle f, L_k \rangle = \int_{-1}^{1} f(x) L_k(x) \mathrm{d}x = \sum_{j=0}^{N-1} a_j \int_{-1}^{1} x^j L_k(x) \mathrm{d}x, \quad (k \geqslant N \geqslant j).$$

Using (11), one yields $B_k = 0$, for any $k \geqslant N$. Therefore,

$$f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k L_k(x). \quad (26)$$

The reciprocal obviously results.

Lemma 2 : If a real-valued signal $\{f(x),\ x \in [-1,\ 1],\ f \in \mathscr{L}^2_{(-1,1)}\}$ is expressed by a polynomial of maximum degree $N-1$, then the Fourier spectrum of $\tilde{f}(\theta) = f(\cos\theta)$, $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$, vanishes for any $\omega > \left[\frac{N-1}{2}\right](\omega_0)_\theta$, where $(\omega_0)_\theta = 2$ is the fundamental frequency of the periodic extension of $f(\theta)$.

Proof: According to (26) and (15)

$$f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k \sqrt{\frac{2k+1}{2}}\, P_k(x). \tag{27}$$

Denote

$$x = \cos\theta, \quad \theta \in [0,\ \pi], \tag{28}$$

so that $f(x)$ becomes $\tilde{f}(\theta) = f(\cos\theta)$, where from [2]

$$P_k(\cos\theta) = 2\,\frac{1.3\ \ldots\ (2k-1)}{2.4\ \ldots\ 2n}\left[\cos k\theta + \frac{1\cdot k}{1\cdot(2k-1)}\cos[(k-2)\theta] + \right.$$
$$\left. + \frac{1\cdot 3\cdot k(k-1)}{1\cdot 2\cdot(2k-1)(2k-3)}\cdot\cos(k-4)\theta + \ldots\right]. \tag{29}$$

If we consider the periodic extension of $\tilde{f}(\theta)$ $\left(\text{for } T_\theta = \pi \text{ and } (\omega_0)_\theta = \frac{2\pi}{T_\theta} = 2\right)$, the harmonics will correspond to the exponentials $\{e^{i\cdot k\cdot 2\theta}\}_{k>0}$, $i^2 = -1$.

From (27), (28), and (29) we deduce that the Fourier spectrum of (0) vanishes for $\omega_0 > \frac{N-1}{2}(\omega_0)_\theta$.

Lemma 3. Assume that the real-valued signal $\{f(x),\ x \in [-1,\ 1],\ f \in \mathscr{L}^2_{(-1,1)}\}$ is expressed by a polynomial of maximum degree $N-1$. Consider the sampling point division $\underset{\sim}{X}_N = (x_k)_{k=0}^{N-1}$, where x_k are the roots of the N-th degree Legendre polynomial given by (23). Then the fllowing relations hold :

(a) The signal $f(x)$ is completely determined for every $x \in [-1,\ 1]$ by the set of its samples $\underset{\sim}{f}_N = ((f(x_k))_{k=0}^{N-1}$.

(b) Let any integral transform of $f(x)$ over $[-1,\ +1]$, whose kernel $\varphi(x)$ is a polynomial of maximum degree N, be

$$I^{(-1,1)}(f,\ \varphi) = \int_{-1}^{1} f(x)\varphi(x)\,dx. \tag{30}$$

Then, $I^{(-1,1)}(f,\ \varphi)$ may be exactly computed as a function of the signal sample set $\underset{\sim}{f}_N$ as well as of the kernel sample set $\underset{\sim}{\Phi}_N = (\varphi(x_k))_{0<k<N-1}$.

Proof: (a) According to Lemma 1, $f(x)$ may be written as a finite Legendre series (26), whose coefficients are expressed from (17) using the Gauss quadrature rule (22), as

$$B_k = \langle f, L_k \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)L_k(x)\mathrm{d}x = \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i f(x_i)L_k(x_i), \tag{31}$$

where λ_i are Cristophell coefficients, given by (24). It yields

$$f(x) = \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i)\psi(x, x_i) \tag{32}$$

where

$$\psi(x, x_i) = \lambda_i \sum_{k=0}^{N-1} L_k(x_i)L_k(x), \quad 0 \leqslant i \leqslant N-1. \tag{33}$$

We will prove in Section III that

$$\psi(x_i, x_j) = \delta_{ij}, \tag{34}$$

where δ_{ij} is the Kronecker symbol.

(b) Applying the Gauss quadrature formula (22), we may also obtain

$$I^{(-1,1)}(f, \varphi) = \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i f(x_i)\varphi(x_i). \tag{35}$$

Lemma 4: Assume that the real-valued signal $\{f(t), t \in [0, L], f \in \mathcal{L}^2_{(0,L)}\}$ is expressed by a polynomial of maximum degree $N-1$. Then, the function $\{\underset{\sim}{f}(\theta) = f[(L/2)(1+\cos\theta)], 0 \leqslant \theta \leqslant \pi\}$ has a Fourier spectrum which vanishes for every $\omega > [(N-1)/2]\cdot(\omega_0)_\theta$, where $(\omega_0)_\theta = 2$ is the fundamental frequency of the periodic extension of $\underset{\sim}{f}(\theta)$.

Proof: The proof is obviously applying Lemma 2.

Theorem 1 (Nonuniform Sampling Theorem for Polynomial Signals). Consider a real-valued signal $\{f(t), t \in [0, L], f \in \mathcal{L}^2_{(0,L)}$, which is expressed by a polynomial of maximum degree $N-1$. (According to Lemma 1, it is equivalent to assume the Legendre polynomial series representation of $f(t)$ has no components above the order $N-1$). Choose the nonuniform sampling grid $\underset{\sim}{T}_N = (t_k)_{k=0}^{N-1}$, given by

$$t_k = \frac{L}{2}\cdot(1 + x_k), \quad 0 \leqslant k \leqslant N-1, \tag{36}$$

where x_k are the roots of the N-th order Legendre polynomial which satisfy (23). Then:

(a) The signal $f(t)$ is completely determined for any $t \in [0, L]$, by the set of its samples $\underset{\sim}{f}_N = (f(t_k))_{k=0}^{N-1}$. It may be exactly expressed by the interpolation formula

$$f(t) = \sum_{i=0}^{N-1} f(t_i)\psi(t, t_i), \tag{37}$$

where

$$\psi(t, t_i) = \lambda_i \sum_{k=0}^{N-1} L_k\left(2\frac{t_i}{L} - 1\right) L_k\left(2\frac{t}{L} - 1\right). \tag{38}$$

(b) Consider any integral transform of f over $[0, L]$, whose kernel $\varphi(t)$ is a polynomial of maximum degree N

$$I^{(0,L)}(f, \varphi) = \int_0^L f(t)\,\varphi(t)\,dt. \tag{39}$$

Then, $I^{(0,L)}(f, \varphi)$ can be exactly computed as a function of the signal sample set $\underset{\sim}{f}_N$ as well as of the kernel sample set $\underset{\sim}{\Phi}_N = (\varphi(t_k))_{k=0}^{N-1}$, namely

$$I^{(0,L)}(f, \varphi) = \frac{L}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i f(t_i)\varphi(t_i). \tag{40}$$

Particularly, for $\varphi = f$, one yields the signal energy

$$E_f = \|f\|^2 = \int_0^L f^2(t)\,dt = \frac{L}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i f^2(t_i). \tag{41}$$

Proof: The proof is immediate, as result of previous lemmas, using the changing of variables (5), by which the interval $[-1, 1]$ is transformed into $[0, L]$. (Relation (5) is equivalent to $x = 2(t/L) - 1$).

Remark 1: We point out the relation

$$\psi(t_i, t_j) = \delta_{ij}, \tag{42}$$

which is equivalent to (34), that will be proved within next section. Relations (37), (38), and (42) show that the signal value for any $t \in [0, L]$ is interpolated as a polynomial function of all the sample set $\underset{\sim}{f}_N = (f(t_k))_{k=0}^{N-1}$. For $t = t_i$, the contribution of the samples $f(t_k)$, $t_k \neq t_i$, becomes null ($\psi(t_k, t_i) = 0$) and the signal value is equal to the corresponding sample $f(t_i)$.

Remark 2: The formula of interpolation (37), (38) may also be written equivalently as

$$f(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k L_k\left(2\frac{t}{L} - 1\right), \tag{43}$$

where

$$B_k = \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i f(t_i) L_k\left(2\frac{t_i}{L} - 1\right). \tag{44}$$

Remark 3: Taking into account (8), (9), (15), and (5) we can write

$$L_k\left(2\frac{t}{L}-1\right)=\sqrt{\frac{2k+1}{2}}(-1)^k\sum_{i=0}^{k}(-1)^i\binom{k}{i}\binom{k+i}{i}\left(\frac{t}{L}\right)^i, \quad (45)$$

or

$$L_k\left(2\frac{t}{L}-1\right)=\sqrt{\frac{2k+1}{2}}(-1)^k\left[1+\right.$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{k}(-1)^i\frac{(k-i+1)(k-i+2)\ldots(k+i)}{(i!)^2}\left(\frac{t}{L}\right)^i\right] \quad (46)$$

$$(k=0,\ 1,\ \ldots,\ N-1);\ L_0=\frac{1}{\sqrt{2}};\ t\in[0,\ L].$$

Relations (45) and (46) provide compact formula for $L_k[2(t/L)-1]$ to be used in (43) and (44).

Remark 4: The assumption that the signal is expressed by a polynomial of maximum degree $N-1$ does not imply a direct upper frequency limitation on its Fourier spectrum but requires that its discrete Legendre spectrum has no components different from zero above the $N-1$ order. As we will point out in the next section, the order of the Legendre component may be considered as being correspondent of the orbital quantum number in quantum mechanics.

Remark 5: According to Lemma 4, if we apply a changing of variables $t=(L/2)(1+\cos\theta)$, then the resulted transformed function $\{\tilde{f}(\theta)=f[(L/2)(1+\cos\theta)],\ 0\leqslant\theta\leqslant\pi\}$ has a Fourier spectrum which vanishes for frequencies above the $\frac{N-1}{2}$ th harmonic of its periodic extension. The limitation of the Fourier spectrum of $\tilde{f}(\theta)$ provides an indirect information about the Fourier spectrum of $f(t)$. Moreover, we point out that the above mentioned transformation from t to θ is equivalent to the function γ^{-1} in [5]. It assures: (a) the mapping of the function $f(t)$, which is not bandlimited, into the function $f(\theta)$, whose Fourier spectrum vanishes for $|\omega|>|\omega_0)_0$; (b) the mapping of the nonuniform sampling grid $(t_k)_{k=0}^{N-1}$ into an approximative uniform one $(\theta_k)_{k=0}^{N-1}$.

We can verify the statement (b). For $N=8$, the roots of the Legendre polynomial $\{P_8(\cos\theta),\ 0\leqslant\theta\leqslant180°$ belong to the set $(\theta_k)_{k=0}^{7}=$ $=(16.20°;\ 37.18°;\ 58.29°;\ 79.30°;\ 100.56°;\ 121.70°;\ 142.81°;\ 163.79°)$. The previous set approximatively represents an arithmetic progression (uniform angular sampling grid) with the average rate $r=21°$.

Example 1. We will point out the superiority of our nonuniform sampling theorem, regarding the accuracy of preserving the energy of a continuous signal

$$\{f(t),\ t\in[0,\ L],\ f\in\mathcal{L}^2_{(0,L)}\}.$$

We will comparatively compute the following expressions for signal energy;

(1) Exact computation of integral

$$E_1 = \int_0^A f^2(t)\mathrm{d}t. \tag{47}$$

(2) Formula resulted by Shannon Sampling Theorem [13]

$$E_2 = \frac{L}{N}\sum_{i=0}^{N-1} f^2\left(i\frac{L}{N}\right) \tag{48}$$

Table 1

Evaluation of Signal Energy by Uniform and Nonuniform Sampling

$(f_1(t) = e^{-t},\ t \in [0,4];\ f_2(t) = e^{-t},\ t \in [0,8];\ f_3(t) = -\frac{5}{3}t^3 + 10t^2 - \frac{37}{3}t + 16,$

$t \in [0,4];\ f_3(0) = 16;\ f_3(1) = 12;\ f_3(2) = 18;\ f_3(3) = 24;\ f_3(4) = 20$

Signal \ Energy	Exact Computation of Integral E_1	Reconstructed Energy from the Sample Set		
		N	E_2 (by Shannon Uniform Sampling Theorem)	E_3 (by our Nonuniform Sampling Theorem 1)
$f_1(t)$	0 .4998	4	1 .1561	0 .4988
		8	0 .7907	0 .4998
$f_2(t)$	0 .4999	4	2 .0373	0 .4714
		8	1 .1565	0 .4999
$f_3(t)$	1383 .957	4	1300 .00	1383 .957

(3) Expression given by our Nonuniform Sampling Theorem 1, according to relations (41), (36), (23) and (24). Denote by E_3 the corresponding expression of energy.

The numerical examples considered in Table 1 confirm the substantial advantage of our proposed Non uniform Sampling Theorem 1 over Shannon uniform sampling, concerning the accuracy of energy preservation by the signal sample set. For polynomial signals, the expression of energy given by (41) is exact, and for nonpolynomial signals it represents a very good approximation (for some cases, using the nonuniform sampling with N samples, we can reach a much better approximation than using the uniform sampling with 2N samples).

Example 2. We will illustrate the superiority of our sampling theorem regarding the precision of computation the Fourier transform from

the corresponding signal sample set. We comparatively consider the following expressions:

(a) Exact computation of integral

$$F_1(k\omega_0) = \int_0^L f(t)e^{-ik\omega_0 t}dt, \quad \left(i^2 = -1;\ \omega_0 = \frac{2\pi}{L},\ k = 0, 1, \ldots, \frac{N}{2} - 1\right) \tag{49}$$

(b) Computation by uniform sampling and Discrete Fourier Transform [1]

$$F_2(k\omega_0) = \frac{L}{N}\sum_{m=0}^{N-1} f\left(m\frac{L}{N}\right)w^{km};$$

$$\left(w = e^{-i\cdot\frac{2\pi}{N}},\ k = 0, 1, \ldots, \frac{N}{2} - 1,\ \omega_0 = \frac{2\pi}{L}\right) \tag{50}$$

(c) Computation by nonuniform sampling according to Theorem 1 (relation (40), (36), (23), and (24).

$$F_3(k\omega_0) = \frac{L}{2}\sum_{j=0}^{N-1} \lambda_j f(t_j)e^{-ik\omega_0 t_j};$$

$$\left(\omega_0 = \frac{2\pi}{L},\ k = 0, 1, \ldots, \frac{N}{2} - 1),\ i^2 = -1\right). \tag{51}$$

Regarding the uniform sampling and the Discrete Fourier Transform, we point out that according to sampling theorem given in [4], if we consider the signal samples uniformly taken as $f\left(j\frac{L}{N}\right)$, $0 \leqslant j \leqslant N-1$, it is equivalent to consider that the L periodic extension of $f(t)$ has no harmonics above the M-th, where $M \leqslant \frac{N-1}{2}$. Therefore, for our example, we will consider the Discrete Fourier components of order $K = 0, 1, \ldots, \frac{N}{2} - 1$ only.

Table 2 illustrates the advantage of nonuniform sampling and quadrature formula (51) to perform the computation of Fourier Transform over the method based on uniform sampling and Discrete Fourier Transform, accordingly to (50). However, we remark that Gauss quadrature rule implies that both the signal $f(t)$ and the Fourier kernel $e^{-i\omega t}$ are approximated by polynomials. Therefore, even for polynomial signals $f(t)$, the formula (51) remains only approximative (but not exact) due to the polynomial approximation of $e^{-i\omega t}$. An exact method to compute the Fourier Transform of polynomial signals starting from a nonuniform sampling will be given in the next section.

Table 2

Approximation of Fourier Transform by Uniform and Nonuniform Sampling

$$\left(f(t) = e^{-t},\ t \in [0,4],\ \omega_0 = \frac{\pi}{2} \right)$$

Variant of Computation		k	0	1	2	3
Exact Computation		$F_1(k\omega_0)$	0 .9816	0 .2831−0 .4447 i	0 .090 −0 .2837 i	0 .0423−0 .1993 i
		$\lvert F_1(k\omega_0)\rvert$	0 .9816	0 .5271	0 .2977	0 .2037
Aproximation by Uniform Sampling and Discrete Fourier Transform	$N=4$	$F_2(k\omega_0)$	1 .5530	0 .8646−0 .3180 i		
		$\lvert F_2(k\omega_0)\rvert$	1 .5530	0 .9213		
	$N=8$	$F_2(k\omega_0)$	1 .2474	0 .5495−0 .4126 i	0 .3588−0 .2176 i	0 .3151−0 .0945 i
		$\lvert F_2(k\omega_0)\rvert$	1 .2474	0 .6872	0 .4196	0 .3290
Approximation by Nonuniform Sampling and Quadrature Formula	$N=4$	$F_3(k\omega_0)$	0 .9816	0 .2819−0 .4425 i		
		$\lvert F_3(k\omega_0)\rvert$	0 .9816	0 .5246		
	$N=8$	$F_3(k\omega_0)$	0 .9816	0 .2831−0 .4447 i	0 .0903−0 .2837 i	0 .0413−0 .1996 i
		$\lvert F_3(k\omega_0)\rvert$	0 .9816	0 .5271	0 .2977	0 .2039

REFERENCES

1. *N. Ahmed, K. R. Rao*, Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing, Berlin : Springer — Verlag, 1975.
2. *A. Angot*, Complemente de matematici (Complements of Mathematics), Bucureşti : Ed. tehnică, 1966.
2. *N. Bakhvalov*, Méthodes numériques, Moscou : Mir, 1976.
4. *J. L. Brown, Jr.*, ,,An RKHS analysis of sampling theorems for harmonic — limited signals", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP—33, pp. 437—440, April, 1985.
5. *J. J. Clark, M. R. Palmer, P. D. Lawrence*, ,,A transformation method for the reconstruction of functions from nonuniformly spaced samples", IEEE Trans. Acoust., Speech Signal Processing, ASSSP—33, pp. 1151—1165, Oct. 1985.
6. *T. Creţu, S. Tudorache*, Fizica atomului (Atom Physics), Bucureşti : Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, 1985.
7. *B. P. Demidovici, I. A. Maron*, Computational Mathematics, Moscou : Mir, 1976.
8. *A. J. Jerri*, ,,The Shannon sampling theorem — Its various extensions and applications: A tutorial review, ,,Proc. IEEE, vol. 65, pp. 1565—1596, Nov. 1977.
9. *V. E. Neagoe*, ,,Using Legendre polynomials to introduce a new orthogonal transform for significant feature selection ", in : Proc. Pattern Recognition and Image Processing Conf., Las Vegas-Nevada, June 1982, IEEE Cat. 82CH 1761-6, pp. 177—182.
10. *V. E. Neagoe*, ,,Optimal M-ary system with polynomial form pulse code modulation", in : Proc. Canadian Communications and Power Conf., Montréal, Oct. 13—15, 1982, IEEE Cat. 82CH 18259.
11. *A. Nikiforov, V. Ouvarov*, Éléments de la théorie des fonctions spéciales, Moscou : Mir, 1976.
12. *I. M. Rijik, I. S. Gradstein*, Tabele de integrale, sume, serii şi produse (Tables of integrals sums, series and products), Bucureşti : Ed. tehnică, 1955.
13. *C. E. Shannon*, ,,Communication in the presence of noise", Proc. IRE, vol. 37, pp. 10—21, Jan. 1949, reprinted in Proc. IEEE, vol. 72, pp. 1192—1201, Sept. 1984.
14. *O. Stănăşilă*, Analiză matematică (Mathematical Analysis), Bucureşti : Ed. Didactică şi Pedagogică, 1981.
15. *J. Vlach*, Computerized Approximation and Synthesis of Networks, New York : Wiley, 1969.

Reprezentare discretă optimă a semnalelor (partea I : teorema de eşantionare neuniformă)

Presupunînd că un semnal cu valori reale de durată finită $\{f(t), t \in [0, L], f \in \mathcal{L}^2_{(0,L)}\}$ este exprimat printr-un polinom, o teoremă de eşantionare neuniformă este enunţată şi demonstrată ; teorema este considerată în conexiune atît cu reprezentarea în serie de polinoame Legendre cît şi cu regula de cuadratură a lui Gauss.

BOOKS

V. M. Cătuneanu, I. C. Bacivarof, FIABILITATEA SISTEMELOR DE TELECOMUNICAȚII/ Reliability of Communication Systems, Editura Militară, București, 1985, 303 p.

This book, a complex and systematic approach of the reliability of communication systems problem, is an important adition to the literature of reliability theory and applications.

Based on the concept of global efficiency, the first part of the book deals with the study of a large number of aspects pertaining to the analysis and optimization of complex systems reliability. A special care is paid to the study of the methods meant to analyse and increase the software reliability of communication systems.

The last section of this book studies the reliability characteristics of certain types of communication systems. Worth mentioning are the studies regarding the correlation between reliability — informational traffic and reliability — topology, as well as the complex analysis of reliability in optical communication systems, taking into account the quantum aspects of the communication theory.

The book is dedicated to a large number of specialists in the fields of quality — reliability, designing and operating transmission systems and information processing technique.

C. Rădoi, A.T. Murgan, V. Lăzărescu, G. Nelepcu, N. Drăgulăneseu, P. Constantin, O. Radu, CIRCUITE ȘI ECHIPAMENTE ELECTRONICE INDUSTRIALE/ Industrial Electronic Circuits and Equipments, Editura Tehnică, București, 1986, 472 p.

The management of a technological process relies on the guided conversion and treatment of energy by information.

In this case, the information is used as management values. So it is necessary to arrange, in an unitary form, the elements of energetic electronics, the automation equipment and the technological electronics. The conversion of electrical energy is the connection between the energy producer (source) and consumer (technological process).

This book described the impact of microcomputers on electronic equipments and industrial processes. The centralized management of industrial processes has been replaced by specialized microcomputers which are supposed to treat ,,in situ'' a confined amount of information.

M. Săveseu, METODE ÎN ANALIZA CIRCUITELOR ELECTRONICE/Methods for Analyzing Electronic Circuits, Editura Științifică și Enciclopedică București, 1985, 847p.

Taking into account the great diversity of analysis methods for studying electronic circuits and systems as well as their different degree of generalization, the author describes the main analysis methods comparatively. They are applied in various fields such as electronics, electrotechnics, energetics, automatics.

A special attention is given to algorithms for circuit analysis, the calculus of simple circuits and phase or frequency signals. Each analysis method is applied to different types of circuits, such as : linear on non-linear, stationary or non-stationary, analogue or digital, with concentrated parameters or space-located. Every chapter is meant to emphasize a category of circuits for which a certain analysis method is indicated.

M. Băşoiu, M. Gavriliu G. Pflanzer, FUNCȚIONAREA ȘI DEPANAREA TELEVIZORULUI ÎN CULORI/ Colour TV Set Performance and Repairing, Editura Tehnică, București, 1985, 232 p.

After a short presentation of technical data and colour TV performances, the authors describe the block diagram and the building components.

Every chapter of the book is dedicated to a particular functional stage, namely : the description of the performance principle ; the detailed presentation of the electrical diagram ; the stage adjustment ; repairing fundamentals ; tables of eventual symptoms, causes and failures. The failure tables do not include all the practically possible cases, but just the typical ones.

M. Bodea, I. Mihuţ, L. Turic, V. Tiponuţ, APARATE ELECTRONICE PENTRU MĂSURARE ŞI CONTROL/ Electronic Instruments for Measurement and Control, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1985, 333 p.

Starting from an AEMC low chart — when measuring a non-electric variable — made up of a transducer, an electric signal processing assembly and a display, the book covers the following topics (1) AEMC general structure an characteristics; (2) Transducers; (3) Electronic assemblies specific for AEMC — measuring ampliphiers, analogical conversion circuits, measuring modulators and demodulators, analogical multiplexors and demultiplexors, sampling and memory circuits, conversion circuits D/A and A/D, measuring circuits for transducers; (4) Systems for data acquisition and processing; (5) Microcomputers implementation into AEMC.

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN 1985—1986

Marin Cilea — Contribuții la studiul funcționării și construcției laserilor cu vapori metalici (29. X. 1985) Conducător științific prof. dr. ing. Ion M. Popescu

Radu Mihail Bârsan — Contribuții la teoria și dezvoltarea dispozitivelor funcționale MOS bazate pe stocarea dinamică și transportul sarcinii electrice. (15. XI. 1985) Conducător științific prof. dr. docent Mihai Drăgănescu

Ioan Căpităneanu — Metode de elaborare și prelucrare a semnalelor de telecomandă în calea ferată. (28.XII. 1985) Conducător științific prof. dr. ing. Adelaida Mateescu

Dorin Mircea Dumitrescu — Metode noi de analiză și proiectare a circuitelor de cale. (21. II. 1986) Conducător științific prof. dr. ing. Adelaida Mateescu

Mariela Dragomirescu — Fiabilitatea sistemelor cu restabilire. Creșterea fiabilității produselor prin redondanță. (24. IV. 1986) Conducător științific prof. dr. ing. Vasile Cătuneanu

Dragoș Ciurea — Utilizarea modulației delta în sisteme telefonice multiplex. (13.VI.1986) Conducător științific prof. dr. ing. Adelaida Mateescu

Dan Florin Mândufianu — Comanda roboților industriali inteligenți prin metode textuale. (18.VI.1986) Conducător științific prof. dr. docent Mihai Drăgănescu

Mihai Datcu — Contribuții la elaborarea unor metode eficiente de analiză automată a semnalelor complexe. (23. VI. 1986) Conducător științific prof. dr. ing. Alexandru Spătaru

Corneliu Burileanu — Contribuții la realizarea sistemelor logice programate cu aplicații în electronica funcțională. (8.VII.1986) Conducător științific prof. dr. docent Mihai Drăgănescu

RECOMANDĂRI PRIVIND CONȚINUTUL ȘI REDACTAREA MANUSCRISELOR

În vederea menținerii unui conținut corespunzător și pentru uniformizarea prezentării articolelor, la înaintarea acestora pentru publicare autorii sînt rugați să țină seama de următoarele recomandări :

1. Lucrările să fie originale și să aibă caracterul unor comunicări științifice. Se acceptă numai lucrări care nu au mai fost publicate. Nu se vor face demonstrații dezvoltate, ci se vor prezenta rezultatele și informațiile necesare în vederea aplicării acestora.

2. Se vor publica și lucrări din domeniile matematicii fizicii și chimiei, cu deosebire dacă ele prezintă un interes deosebit pentru activitățile inginerești.

3. Manuscrisul va fi dactilografiat pe coli format A4, la 2 rînduri, cu panglica neagră, pe o singură față a foii de hîrtie. Textul integral, inclusiv figurile, nu vor depăși 8—10 pagini.

4. Titlul, dactilografiat cu majuscule și subliniat trebuie să fie cît mai scurt.

5. Sub titlu se scriu prenumele autorilor (inițiala ; pentru autoare se va scrie prenumele întreg) și numele. Gradul didactic, titlul științific și instituția (pentru persoanele din institutul nostru se menționează numai catedre ; cînd autorii lucrează la aceeași catedră sau instituție denumirea acesteia se scrie o singură dată) se scriu într-o notă de subsol pe prima pagină.

6. Articolul va fi precedat de un rezumat de 5—6 rînduri, în limba de redactare a lucrării, dactilografiat la $1^{1/2}$ rînduri.

7. Din punct de vedere redacțional, prezentarea conținutului propriu-zis se face conform STAS 8660-70, folosindu-se exprimarea impersonală (persoana a 3-a). Textul va fi dactilografiat cît mai estetic fără să abunde în cuvinte despărțite. La început de aliniat se lasă un spațiu de 7 semne.

8. Titlul subcapitolelor se scrie cu majuscule și nesubliniat.

9. Formulele se scriu, pe cît posibil, la mașină ;în rest, vor fi scrise de mînă, cu tuș negru, foarte citeț. Numerele pentru identificarea relațiilor matematice se scriu între paranteze rotunde, în partea dreaptă a paginii.

10. Tabelele vor avea titlu și vor fi numerotate în ordine.

11. Desenele se execută în tuș negru, pe hîrtie de calc, iar explicațiile se scriu cu șablonul. Legenda fiecărei figuri (dacă există) va fi prezentată într-un borderou de figuri, pe o foaie separată.

12. Bibliografia se scrie la sfîrșitul articolului, după capitolul de Concluzii, nu pe pagină separată, conform STAS 6158-70. Pentru prescurtarea titlurilor de publicații periodice se va consulta STAS 6074-74 și listele din revistele de referate. Citarea bibliografiei se face astfel 1) pentru cărți : inițiala și numele autorilor, titlul, editura, orașul, anul ; 2) pentru periodice : inițiala și numele autorilor titlul articolului, titlul periodicului, numărul, anul.

13. După bibliografie se mai prezintă un rezumat dactilografiat la $1^{1/2}$ rînduri : într-o limbă străină(rusă, engleză, germană, franceză) — dacă lucrarea este redactată în limba română respectiv în limba română — dacă lucrarea este redactată într-o limbă străină (rusă, engleză, germană, franceză). Rezumatul va fi precedat de titlul lucrării în limba de redactare a rezumatului.

14. La depunerea lucrării, autorii vor prezenta o declarație din care să reiasă că nu conține secrete de stat.

Lucrarea urmează să fie publicată după recomandarea acesteia de către 2 referenți desemnați de comitetul de redacție.

COMITETUL DE REDACȚIE

I. P. Informația c. 2508

40.480